

УДК 681.325.2

**Н. И. Заболотная, к. т. н., доц.; Г. Л. Лысенко, к. т. н., доц.; В. В. Витюк****МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ХАРАКТЕРИСТИК  
ПРОПУСКАНИЯ СВЕТА МНОГОСЛОЙНЫМИ ПЕРИОДИЧЕСКИМИ  
СТРУКТУРАМИ В СЛОЖНЫХ СИСТЕМАХ**

*Проведено математическое моделирование и получены спектральные характеристики пропускания света многослойными периодическими структурами, это позволило выбрать материал и геометрию полупроводниковой структуры для оптического модулятора.*

**Ключевые слова:** моделирование, характеристики пропускания света, оптический модулятор, метод переходных матриц, многослойная структура, фотонная запрещенная зона.

В результате бурного развития информационных технологий в современном мире возникает целый ряд проблем, связанных с передачей больших объемов информации и с вычислительными мощностями для обработки этой информации.

Возникает вопрос разработки новых подходов к реализации элементов вычислительных систем и информационных сетей, которые позволили бы повысить скорость передачи информации и ее обработки.

Существующие телекоммуникационные системы в значительной степени зависят от модуляторов, кодирующих данные в пучках света. Модуляторы быстро меняют свою отражающую способность, регулируя интенсивность лучей, проходящих через них. Но нынешние модуляторы имеют недостаток: они не могут работать быстрее, чем электронные схемы, которые ими управляют. Чтоб повысить скорость передачи данных, нужны альтернативные технологии контроля. В данной работе будет рассмотрена возможность создания оптического управляемого транспаранта для модуляции лазерного излучения в оптических сетях или для реализации операций в вычислителях.

Развитие науки и технологии еще относительно недавно презентовало возможность образования запрещенных фотонных зон в периодических структурах, а сегодня это направление вызывает необычайный интерес у научных работников, открывая путь к качественному прыжку в технологиях, обусловленному переходом к полностью оптическим методам передачи и обработки информации. Такие структуры, будучи своеобразными „оптическими аналогами“ полупроводников, для которых характерно наличие электронных запрещенных зон, получили название фотонных кристаллов.

Сочетание материалов с фотонными запрещенными зонами и нелинейной оптики представляет значительный интерес для создания оптического пространственно-временного модулятора (управляемого транспаранта). Образованные в периодической структуре фотонные запрещенные зоны предоставляют возможность достаточно эффективно управлять световым потоком. Их можно подстраивать за счет зависимости оптических свойств нелинейных материалов, которые могут быть использованы в качестве композитов фотонных кристаллов, от интенсивности излучения. Это предоставит возможность на высоком уровне контролировать световой поток, локализованный в фотонном кристалле, и создавать новые активные элементы (переключатели, модуляторы), которые можно будет интегрировать в многофункциональные фотонные интегральные схемы. Переключение свойств в фотонных кристаллах может быть осуществлено, например, посредством внешних полей (электрического или магнитного), а также в результате использования температурной зависимости коэффициента отражения или электрооптического эффекта.

Нанотехнологическое изготовление фотонного кристалла позволит за счет толщины слоя порядка десятков нанометров при невысоких напряжениях получить нужную для нелинейных эффектов напряженность электрического поля (порядка  $10^5$  В/м). Кроме того,

материалы с фотонными запрещенными зонами могут быть использованы для значительного улучшения нелинейной характеристики структуры за счет строгой локализации излучения. Это делает доступными нелинейные эффекты для коммерческих маломощных полупроводниковых лазеров.

Значительная часть исследовательских работ по очевидным причинам посвящена одномерным фотонным кристаллам. Их относительно легко изготовить с точным контролем толщины слоев и гладкости поверхности, кроме того, такие структуры являются экономически выгодными и более простыми для проектирования и изготовления. [1]

Сегодня процесс изготовления трехмерных фотонных кристаллов с необходимой структурой является довольно сложным, поскольку в структуре очень тяжело контролировать значение диэлектрической проницаемости с пространственной точностью, соизмеримой с длиной световой волны. Однако, при повышении требований к лазерам, которое характерно для многих их применений, лазерный луч является близким к плоским волнам. В этом случае нет необходимости именно в трехмерных фотонных кристаллах, поскольку можно обойтись одномерными кристаллами, то есть многослойными структурами.

Следовательно, рассмотрим одномерные периодические структуры на основе  $AlGaAs/GaAs$  и  $AlGaAs/AlAs$ , которые представляют собой периодически повторяющиеся пары слоев данных полупроводников. Для расчета запрещенной фотонной зоны таких структур используем метод переходных матриц.

### Метод переходной матрицы

При условии рассмотрения лишь линейных процессов, для нахождения комплексного коэффициента пропускания одномерной структуры можно применять хорошо известный метод переходной матрицы. В этом методе для того, чтобы связать комплексные амплитуды волн правой стороны структуры с комплексными амплитудами таких же волн левой стороны, составляется переходная матрица. Этот метод используется при когерентном взаимодействии волн, многократно отраженных от каждой границы раздела сред, для нахождения установившегося поля [1].

Методы переходных матриц удобны для геометрий, в которых элементы имеют бесконечную поперечную протяженность и ограниченную толщину [2]. При толщине слоев, которая составляет 5% от длины сторон периодической структуры в направлениях  $x$  и  $y$  (периодичность присутствует лишь в направлении  $z$ ), можно считать протяженность структуры в этих направлениях бесконечной. В этом случае отпадает необходимость рассматривать граничные условия на переходах в направлении вышеупомянутых осей.

Для создания переходной матрицы используется два типа матриц: матрица разрыва (разрывности) для перехода сквозь границу раздела сред и матрица распространения для перехода сквозь слой к следующей границе раздела.

Уже было принято, что показатель преломления изменяется лишь в направлении  $z$ , которое является направлением распространения. Показатель преломления принят постоянным в направлениях  $x$  и  $y$ . Обозначим  $E_m^+$  двухмерный вектор, состоящий из комплексной амплитуды и фазы волн, распространяющихся в правом и левом направлениях, на правой стороне от границы раздела  $m$ -го слоя, а  $E_m^-$  – двухмерный вектор, состоящий из волн, распространяющихся в правом и левом направлениях, на левой стороне от границы раздела в  $m$ -ом слое (рис. 1):

$$E_m^+ = \begin{pmatrix} E_m^{+R} \\ E_m^{+L} \end{pmatrix}, \quad E_m^- = \begin{pmatrix} E_m^{-R} \\ E_m^{-L} \end{pmatrix}. \quad (1)$$

Таким образом, падающая волна  $E_I$ , отбитая волна  $E_R$  и прошедшая волна  $E_T$ , будут

иметь следующий вид:

$$\begin{aligned} E_I &= E_i e^{i(kz - \omega t)} = E_0^{-R} e^{i(kz - \omega t)} \\ E_R &= E_r e^{i(kz + \omega t)} = E_0^{-L} e^{i(kz + \omega t)} \\ E_T &= E_t e^{i(kz - \omega t)} = E_4^{+R} e^{i(kz - \omega t)}. \end{aligned} \quad (2)$$

### 1.1. Матрица разрыва

Сначала рассмотрим матрицу разрыва. Эта матрица должна удовлетворять три разные граничные условия для границы раздела между  $m$ -ым и  $(m+1)$ -ым слоями. Первое условие заключается в том, что полное электрическое поле должно быть непрерывным сквозь эту границу:

$$E_m^{-R} + E_m^{-L} = E_{m+1}^{+R} + E_{m+1}^{+L}. \quad (3)$$

Следующее граничное условие заключается в том, что волна, которая распространяется в правом направлении, с правой стороны границы раздела должна быть равна сумме волны, которая падала на границу в правом направлении с левой стороны этой границы; и отбитой от этой границы волны, которая распространяется в левом направлении:

$$E_{m+1}^{+R} = r_{m+1,m} E_{m+1}^{+L} + t_{m,m+1} E_m^{-R}. \quad (4)$$

Здесь  $r_{m,k}$  и  $t_{m,k}$  – коэффициенты Френеля при нормальном падении для отражения и прохождения из слоя  $m$  в слой  $k$ :

$$r_{m,k} = \frac{(n_m - n_k)}{(n_m + n_k)}, \quad t_{m,k} = \frac{2n_m}{(n_m + n_k)}. \quad (5)$$

Аналогично второму, третье граничное условие заключается в том, что волна, которая распространяется в левом направлении с левой стороны границы раздела должна быть равна сумме пропущенной волны, которая распространяется в левом направлении с правой стороны границы раздела, и отбитой от этой границы волны, которая распространяется в правом направлении.

$$E_m^{-L} = r_{m,m+1} E_m^{-R} + t_{m,m+1} E_{m+1}^{+L}. \quad (6)$$

На рис. 1 показан пример структуры из трех слоев с разными показателями преломления, для которой проиллюстрировано распределение волн и граничные условия при переходе из одного слоя в другой.

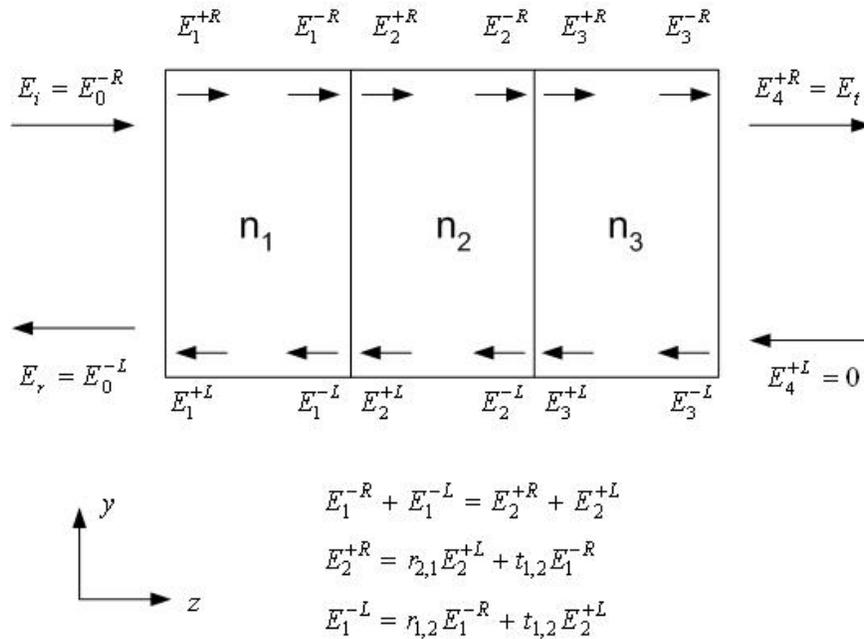


Рис. 1. Иллюстрация к методу переходной матрицы

Используя простые алгебраические превращения, можно объединить эти три условия в матричную форму:

$$\begin{pmatrix} E_{m+1}^{+R} \\ E_{m+1}^{+L} \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 + n_{m+1}/n_m & 1 - n_{m+1}/n_m \\ 1 - n_{m+1}/n_m & 1 + n_{m+1}/n_m \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_m^{-R} \\ E_m^{-L} \end{pmatrix}. \quad (7)$$

Следовательно, матрица разрыва будет иметь следующий вид:

$$\Delta(m, m+1) = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 + n_{m+1}/n_m & 1 - n_{m+1}/n_m \\ 1 - n_{m+1}/n_m & 1 + n_{m+1}/n_m \end{pmatrix}, \quad (8)$$

так что  $E_{m+1}^+ = \Delta(m, m+1) E_m^-$  [3].

### 1.2. Матрица распространения

Теперь можно рассмотреть матрицу распространения. Эта матрица должна учитывать фазу, которая изменяется при прохождении каждого слоя. Соотношения между полями на каждой стороне  $m$ -го слоя имеют следующий вид:

$$\begin{aligned} E_m^{-R} &= E_m^{+R} e^{i \frac{2\pi m d_m}{\lambda}}, \\ E_m^{-L} &= E_m^{+L} e^{-i \frac{2\pi m d_m}{\lambda}}. \end{aligned} \quad (9)$$

В уравнении (9)  $d_m$  – физическая толщина  $m$ -го слоя, а  $\lambda$  – длина света в вакууме. Превращая это в матричную форму, получим матрицу распространения:

$$\Pi(m) = \begin{pmatrix} e^{i \frac{2\pi m d_m}{\lambda}} & 0 \\ 0 & e^{-i \frac{2\pi m d_m}{\lambda}} \end{pmatrix}, \quad (10)$$

так что  $E_m^- = \Pi(m) E_m^+$ .

Сочетание матрицы распространения и матрицы разрыва можно использовать для

описания любого дискретного профиля показателя преломления, применяя их для расчета распространения поля внутри структуры. Для примера профиля показателя преломления, показанного на рис. 1, поле с левой стороны последней границы раздела в данной структуре может быть выражено через падающее поле со следующей последовательностью шагов:

$$\begin{aligned} E_1^+ &= \Delta(0,1)E_0^- \\ E_1^- &= \Pi(1)E_1^+ \\ E_2^+ &= \Delta(1,2)E_1^- \\ E_2^- &= \Pi(2)E_2^+ \end{aligned} \quad (11)$$

Продолжая, этим же способом мы получим конечный результат:

$$E_4^+ = \Delta(1,0)\Pi(3)\Delta(2,3)\Pi(2)\Delta(1,2)\Pi(1)\Delta(0,1)E_0^- \quad [3].$$

Если обозначить переходную матрицу для всей структуры  $M = \begin{pmatrix} m_{11} & m_{12} \\ m_{21} & m_{22} \end{pmatrix}$ , получим:

$$M = \Delta(1,0)\Pi(3)\Delta(2,3)\Pi(2)\Delta(1,2)\Pi(1)\Delta(0,1),$$

$$E_4^+ = ME_0^-.$$

При этом накопление произведения в переходной матрице не зависит от направления движения по структуре, но требует учета слоев в той последовательности, в которой они расположены. В данном случае матрица формируется последовательным движением от последней границы раздела сред к самой первой [4].

Поскольку  $E_4^+ = \begin{pmatrix} E_4^{+R} \\ E_4^{+L} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} E_t \\ 0 \end{pmatrix}$  и  $E_0^- = \begin{pmatrix} E_0^{-R} \\ E_0^{-L} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} E_i \\ E_r \end{pmatrix}$ , можно записать:

$$E_0^- = \begin{pmatrix} E_0^{-R} \\ E_0^{-L} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} E_i \\ E_r \end{pmatrix}, \text{ то есть}$$

$$\begin{cases} E_t = m_{11}E_i + m_{12}E_r \\ 0 = m_{21}E_i + m_{22}E_r \end{cases}$$

$$E_r = -\frac{m_{21}}{m_{22}}E_i, \quad (12)$$

$$E_t = m_{11}E_i + m_{12} \cdot \left(-\frac{m_{21}}{m_{22}}\right)E_i = \left(m_{11} - \frac{m_{12}m_{21}}{m_{22}}\right)E_i. \quad (13)$$

Полученное выражение связывает поле на выходе структуры с падающим входным полем с учетом отражения Френеля и накопленной за время прохождения фазы. Отношение квадратов модулей напряженностей прошедшего поля и падающего поля даст коэффициент пропускания структуры, который, в свою очередь, покажет диапазоны длин волн, в пределах которых свет не распространяется в структуре – фотонные запрещенные зоны [5].

## 2. Результаты

Рассмотрим структуру из слоев  $Al_{0,9}Ga_{0,1}As$  и  $GaAs$ , которые периодически повторяются. Для ориентации запрещенной зоны на длину волны  $\lambda = 1500$  нм, подбираем толщину слоев, используя условие Брэгга [5]:

$$d \cdot n = \frac{\lambda}{4}, \quad (14)$$

где  $d$  – толщина слоя,  $n$  – показатель преломления слоя. То есть, такая структура состоит из так называемых полуволновых пластинок и является распределенным брэгговским зеркалом. Для  $n(\text{Al}_{0,9}\text{Ga}_{0,1}\text{As}) = 3,008$  и  $n(\text{GaAs}) = 3,535$ , получим соответственно толщины слоев  $d_1 = 124,7$  нм и  $d_2 = 106,1$  нм.

Посредством пакета MathCad было получено графическое изображение запрещенной зоны (рис. 2).

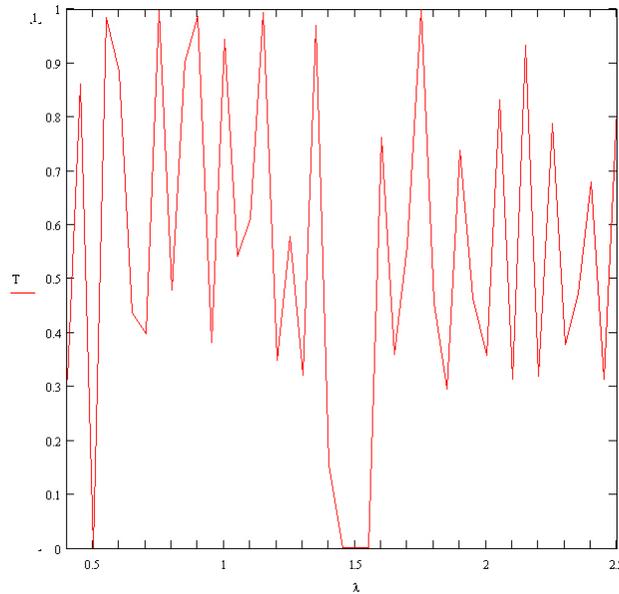


Рис. 2. Зависимость коэффициента пропускания структуры с 30 пар слоев  $\text{Al}_{0,9}\text{Ga}_{0,1}\text{As}/\text{GaAs}$  от длины волны падающего излучения

Фотонная запрещенная зона находится в окрестности длины волны 1,5 мкм. На рис. 3 и рис. 4 представлены запрещенные зоны для  $\text{Al}_{0,2}\text{Ga}_{0,8}\text{As}/\text{Al}_{0,9}\text{Ga}_{0,1}\text{As}$  ( $n = 3,467/3,04$ ) и  $\text{Al}_{0,38}\text{Ga}_{0,62}\text{As}/\text{AlAs}$  ( $n = 3,345/2,968$ ). Шаг сетки по оси абсцисс составляет 50 нм.

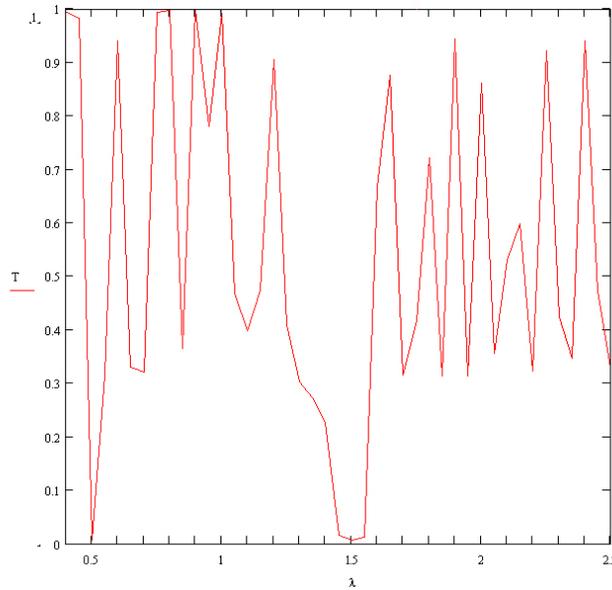


Рис. 3. Зависимость коэффициента пропускания структуры из 24 пар слоев  $Al_{0.2}Ga_{0.8}As/Al_{0.9}Ga_{0.1}As$  от длины волны падающего излучения

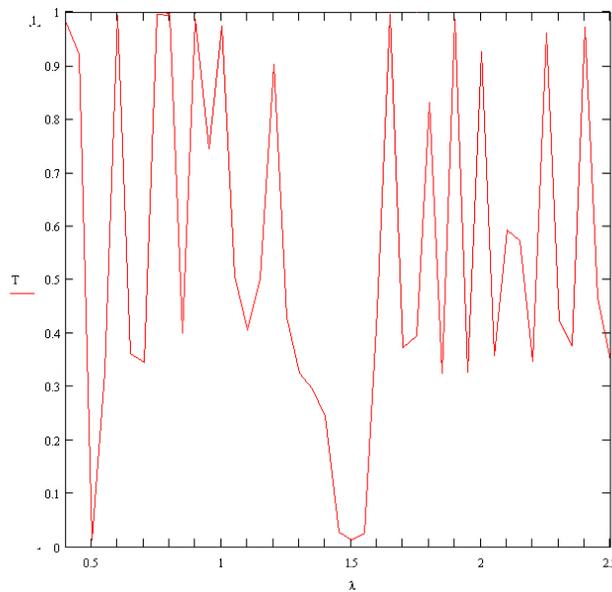


Рис. 4. Зависимость коэффициента пропускания структуры из 24 пар слоев  $Al_{0.38}Ga_{0.62}As/AlAs$  от длины волны падающего излучения

### 3. Выводы

Налаженная технология наращивания тонких пленок исследуемых материалов позволяет произвольно выбирать количество пар слоев, отталкиваясь от необходимого наименьшего коэффициента пропускания внутри запрещенной зоны. Ширина запрещенной зоны зависит, главным образом, от контраста изменения показателей преломления. Среди рассмотренных материалов наибольшую ширину запрещенной зоны имеет структура на  $Al_{0.9}Ga_{0.1}As/GaAs$ . Уменьшив дискретные отсчеты по длине волны, получили диапазон, в котором коэффициент пропускания для этого материала не превышает 0,1:  $1,43 \leq \lambda \leq 1,58$ . Диапазон длин волн, в котором может работать модулятор на основе такой структуры, составляет  $\Delta\lambda = 150$  нм. Для

волнового мультиплексирования с  $\delta\lambda = 3$  нм возможна работа устройства с 50-ю каналами.

Исследованная математическая модель может быть успешно использована для получения спектральных характеристик пропускания не только периодических структур, но и многослойных структур произвольной геометрии с дефектными слоями, которые являются особенно привлекательными для создания оптических фильтров.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Макаров Д. Г. Многослойные структуры с управляемым магнитным полем пропусканием света / Д. Г. Макаров, В. В. Данилов, В. Ф. Коваленко // Журнал технической физики. – 2004. – Т. 74, № 5. – С. 6 – 9.
2. Голубев В. Г. Фотонные кристаллы с перестраиваемой запрещенной зоной на основе заполненных и инвертированных композитов опал-кремний / В. Г. Голубев, В. А. Кособукин, Д. А. Курдюков // Физика и техника полупроводников. – 2000. – Т. 35, № 6. – С. 710–713.
3. Darryl Keith Jones. The dynamics of controllable transmissive resonant structures with applications to optical phased arrays and electro-optic switches // Dissertation. – 1999. – The University of Alabama in Huntsville.
4. Вітюк В. В. Методи розрахунку фотонних кристалів / В. В. Вітюк, В. А. Губернаторов // Тези XXXIV науково-технічної конференції професорсько-викладацького складу, співробітників та студентів університету з участю працівників науково-дослідних організацій та інженерно-технічних працівників підприємств. – Вінниця, 2005. – С. 3.
5. Вітюк В.В. Оптичний керований транспарант на основі фотонних кристалів // Тези XXXVI науково-технічної конференції професорсько-викладацького складу, співробітників та студентів університету з участю працівників науково-дослідних організацій та інженерно-технічних працівників підприємств. – Вінниця, 2007. – С. 3.

**Заболотная Наталья Ивановна** – к. т. н., доцент кафедры лазерной и оптоэлектронной техники, декан ФФЕЛТ, тел. (0432)-598337.

**Лисенко Геннадий Леонидович** – к. т. н., доцент кафедры лазерной и оптоэлектронной техники, тел. (0432)-513368.

**Витюк Вячеслав Викторович** – аспирант кафедры лазерной и оптоэлектронной техники, тел. (0432)-695346.

Винницкий национальный технический университет.