

УДК 621.317.73

М. И. Бурбело, д. т. н., проф.; А. Н. Кравец; К. С. Фомин

## ИЗМЕРЕНИЕ ИНТЕГРАЛЬНЫХ ПАРАМЕТРОВ НЕЛИНЕЙНЫХ ЭЛЕКТРОТЕХНИЧЕСКИХ ОБЪЕКТОВ

*Введены проводимости нелинейного искажения, которые интегрально характеризуют нелинейность элементов, и рассмотрены физические основы их измерений.*

**Ключевые слова:** нелинейные объекты, гармонические спектры, измерение параметров.

### Постановка задачи

В нелинейных электротехнических объектах процессы потребления электрической энергии характеризуются с помощью полной  $S$ , активной  $P$ , реактивной  $Q$  мощностей и мощности искажения  $D$ , причем

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2 + D^2}. \quad (1)$$

Мощность искажения можно записать в виде суммы ортогональных составляющих:

$$D = \sqrt{D_P^2 + D_Q^2}, \quad (2)$$

которые можно выразить через статические параметры элементов.

Рассмотрим нелинейный  $RL$ -двухполюсник с последовательным соединением элементов, нелинейные характеристики элементов которого аппроксимированы парными степенными полиномами тока

$$R(i) = a_0 + a_2 i^2 + \dots; \quad L(i) = b_0 + b_2 i^2 + \dots,$$

где  $R(i)$ ,  $L(i)$  – статические сопротивление и индуктивность нелинейных соответственно резистивного и индуктивного элементов;  $a_0, a_2, \dots, b_0, b_2, \dots$  – статические параметры соответственно резистивного и индуктивного элементов (коэффициенты степенных полиномов).

Наличие нелинейного резистивного элемента приводит к появлению составляющей мощности нелинейного искажения  $D_P$ , а наличие нелинейного индуктивного элемента – к появлению составляющей мощности нелинейного искажения  $D_Q$ , которые могут быть определены по формулам:

$$D_P = I_1^2 \sqrt{\sum_{k=2}^{\infty} (R_{1k}(I_1))^2}; \quad D_Q = I_1^2 \sqrt{\sum_{k=2}^{\infty} (X_{1k}(I_1))^2}, \quad (3)$$

где  $R_{1k}(I_1)$ ,  $X_{1k}(I_1)$  – сопротивления, связывающие  $k$ -тую гармонику напряжения на соответственно резистивном и индуктивном элементах с первой гармоникой тока  $I_1$ . Последние выражают через статические параметры элементов [1]:

$$R_{11}(I_1) = a_0 + \frac{3}{4} a_2 I_1^2 + \frac{10}{16} a_4 I_1^4 + \dots;$$

$$R_{13}(I_1) = \frac{1}{4} a_2 I_1^2 + \frac{5}{16} a_4 I_1^4 + \dots; \quad R_{15}(I_1) = \frac{1}{16} a_4 I_1^4 + \dots; \quad \dots;$$

$$X_{11}(I_1) = \omega \left( b_0 + \frac{3}{4} b_2 I_1^2 + \frac{10}{16} b_4 I_1^4 + \dots \right);$$

$$X_{13}(I_1) = 3\omega \left( \frac{1}{4} b_2 I_1^2 + \frac{5}{16} b_4 I_1^4 + \dots \right); \quad X_{15}(I_1) = 5\omega \left( \frac{1}{16} b_4 I_1^4 + \dots \right); \dots$$

В случае параллельного соединения нелинейных элементов составляющие мощности нелинейного искажения при синусоидальном напряжении питания

$$D_P = U_1^2 \sqrt{\sum_{k=2}^{\infty} (g_{1k}(U_1))^2}; \quad D_Q = U_1^2 \sqrt{\sum_{k=2}^{\infty} (b_{1k}(U_1))^2}, \quad (4)$$

где  $g_{1k}(U_1)$ ,  $b_{1k}(U_1)$  – проводимости, связывающие  $k$ -тую гармонику тока на соответственно резистивном и индуктивном элементах с первой гармоникой напряжения  $U_1$ .

Однако экспериментальное определение составляющих мощности искажения  $D_P$ ,  $D_Q$  возможно только с применением спектроанализаторов и не находит практического применения в системах автоматического управления нелинейными электротехническими объектами из-за низкого быстродействия.

### Цель работы

Целью работы является разработка метода определения мощности искажения нелинейных электротехнических объектов, обеспечивающего высокое быстродействие.

### Обоснование результатов

Более простой по сравнению с  $D_P$ ,  $D_Q$  является оценка мощностей искажения соответственно для последовательного и параллельного соединения нелинейных элементов по формулам:

$$\hat{D}_P = I_1^2 \sum_{k=2}^{\infty} R_{1k}; \quad \hat{D}_Q = I_1^2 \sum_{k=2}^{\infty} X_{1k}; \quad (5)$$

$$\hat{D}_P = U_1^2 \sum_{k=2}^{\infty} g_{1k}; \quad \hat{D}_Q = U_1^2 \sum_{k=2}^{\infty} b_{1k}. \quad (6)$$

В этом случае действительные значения мощностей искажения можно определить через их оценки с учетом эффективного числа гармонических составляющих из выражений:

$$D_P^2 = \hat{D}_P^2 / n_P; \quad D_Q^2 = \hat{D}_Q^2 / n_Q, \quad (7)$$

где  $n_P$ ,  $n_Q$  – эффективные числа гармонических составляющих, генерируемых соответственно резистивным и индуктивным нелинейными элементами, которые определяются по формулам:

$$n_P = \frac{\left( \sum_{k=2}^{\infty} R_{1k} \right)^2}{\sum_{k=2}^{\infty} R_{1k}^2}; \quad n_Q = \frac{\left( \sum_{k=2}^{\infty} X_{1k} \right)^2}{\sum_{k=2}^{\infty} X_{1k}^2}; \quad n_P = \frac{\left( \sum_{k=2}^{\infty} g_{1k} \right)^2}{\sum_{k=2}^{\infty} g_{1k}^2}; \quad n_Q = \frac{\left( \sum_{k=2}^{\infty} b_{1k} \right)^2}{\sum_{k=2}^{\infty} b_{1k}^2}. \quad (8)$$

Оценки мощностей нелинейного искажения удобно представить четырьмя составляющими  $D_{nP}$ ,  $D_{nQ}$ , характеризующими действие нечетных гармоник, и  $D_{pP}$ ,  $D_{pQ}$ , характеризующими действие четных гармоник, с соответствующими эффективными

числами гармонических составляющих.

Отсюда вытекает возможность введения составляющих спектрального сопротивления и спектральной проводимости, которые характеризуют нелинейность объекта, в виде

$$X_{nP} = \frac{D_{nP}}{I_1^2}; X_{nQ} = \frac{D_{nQ}}{I_1^2}; X_{pP} = \frac{D_{pP}}{I_1^2}; X_{pQ} = \frac{D_{pQ}}{I_1^2}; \quad (9)$$

$$b_{nP} = \frac{D_{nP}}{U_1^2}; b_{nQ} = \frac{D_{nQ}}{U_1^2}; b_{pP} = \frac{D_{pP}}{U_1^2}; b_{pQ} = \frac{D_{pQ}}{U_1^2}. \quad (10)$$

Рассмотрим возможность отдельного определения составляющих спектральных сопротивления и проводимости нелинейных объектов с использованием зависимости тока  $i(t)$  и его составляющей, обусловленной нелинейностью  $i_H(t)=i(t)-i_1(t)$ , где  $i_1(t)$  – ток первой гармоники. На рис. 1 изображены нечетные, а на рис. 2 – четные косинусные гармонические составляющие тока  $i_H(t)$ . в точке  $t=10$  мс ординаты нечетных и четных косинусных гармонических составляющих складываются, в точке  $t=20$  мс – вычитаются. Итак, можно обеспечить определение и разделение этих составляющих в случае, если знаки всех составляющих одинаковы (положительные или отрицательные). Вычитая мгновенные значения тока в этих точках и разделив на два  $[i_H(t=10\text{мс})-i_H(t=20\text{мс})]/2$ , можно обеспечить определение нечетных косинусных гармонических составляющих. Наоборот, сложив мгновенные значения тока в этих точках и разделив на два  $[i_H(t=10\text{мс})+i_H(t=20\text{мс})]/2$ , можно обеспечить определение четных косинусных гармонических составляющих.

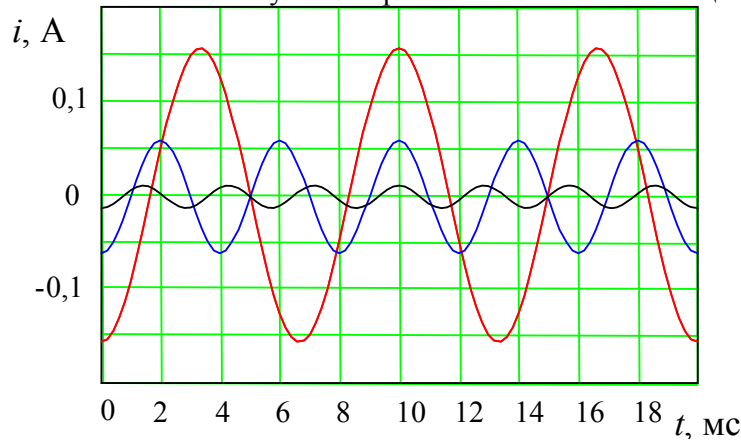


Рис. 1. Нечетные косинусные составляющие тока

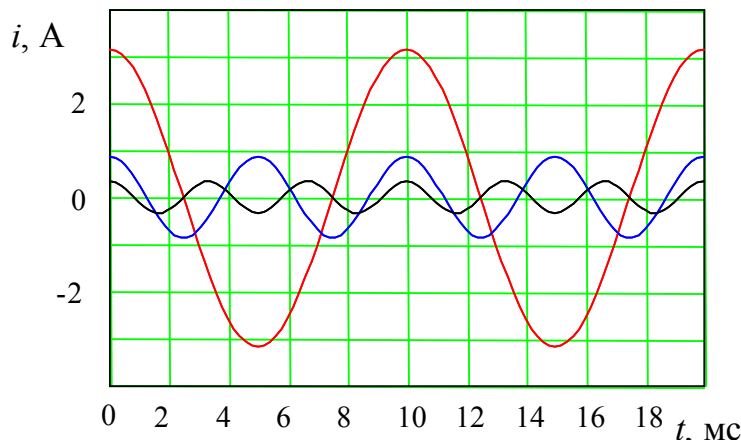


Рис. 2. Четные косинусные составляющие тока

Следует обратить внимание на то, что четные косинусные гармоники не равны нулю в точках  $t=5$  мс и  $t=15$  мс. В случае знакопеременных четных косинусных составляющих, например, если четвертая гармоника имеет отрицательный знак, то мгновенное значение тока в этих точках равно отрицательному значению суммы их амплитудных значений.

На рис. 3 изображены зависимости знакопеременных нечетных, а на рис. 4 — четных синусных гармонических составляющих тока  $i_H(t)$ . В точке  $t=5$  мс и в точке  $t=15$  мс ординаты знакопеременных нечетных синусных гармонических составляющих складываются. В этих точках ординаты четных синусных гармонических составляющих равны нулю. Но, как было отмечено раньше, в этих точках влияют четные косинусные гармонические составляющие, причем в обеих точках это влияние одинаково. Вычитая мгновенные значения тока в этих точках и разделив на два  $[i_H(t=5\text{мс})-i_H(t=15\text{мс})]/2$ , можно обеспечить определение знакопеременных нечетных синусных гармонических составляющих. И наоборот, сложив мгновенные значения тока в этих точках и разделив на два  $[i_H(t=5\text{мс})+i_H(t=15\text{мс})]/2$ , можно обеспечить определение знакопеременных четных косинусных гармонических составляющих.

Не определенными остаются знакопеременные нечетные косинусные составляющие и знакопостоянные нечетные синусные составляющие, а также четные синусные составляющие. Для определения интегрального содержания этих составляющих необходимо использовать спектральный фазовращатель, который обеспечивает фазовый сдвиг каждой гармоники на угол  $\pi/2$  [2].

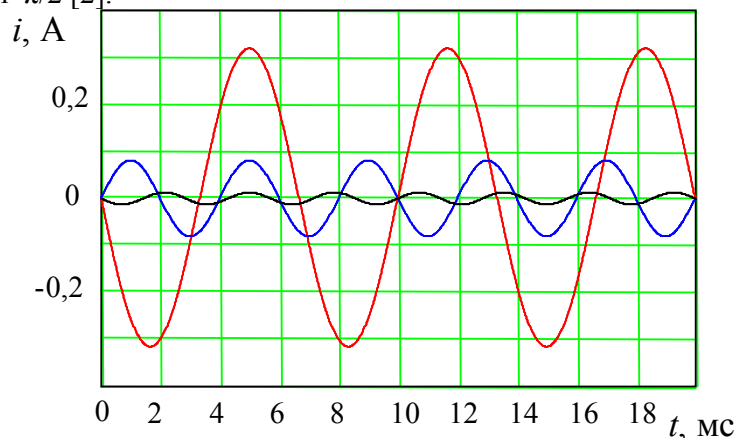


Рис. 3. Нечетные знакопеременные синусные составляющие тока

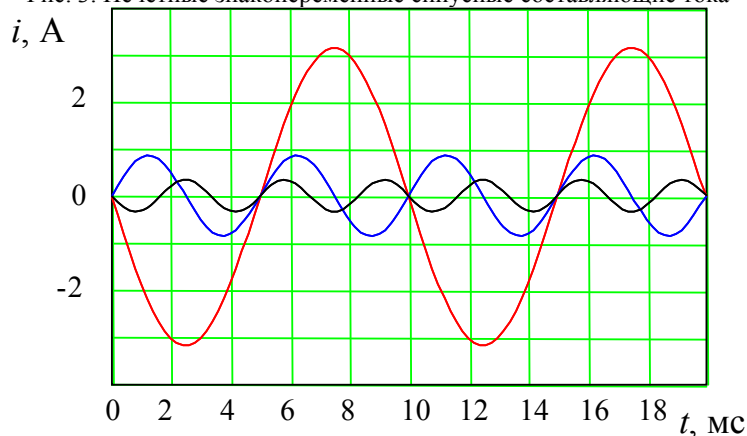


Рис. 4. Четные синусные составляющие тока

На рис. 5 изображены зависимости тока  $i(t)$  и его составляющей, обусловленной Наукові праці ВНТУ, 2009, № 2

нелинейностью  $i_H(t)=i(t)-i_1(t)$  объекта, представленного параллельной  $r/l$ -схемой замещения с нелинейным индуктивным элементом, нелинейная характеристика которого изображена на рис. 6. В данном случае использовано косинусное представление гармонического спектра  $u(t) = 311 \cos \omega t$ . гармонический спектр тока приведен в табл. 1.

Зафиксировав значения составляющей тока, обусловленной нелинейностью  $i_H(t)$ , в точке  $t=5$  мс или  $t=15$  мс можно определить интегральное содержание высших нечетных гармоник  $i_H(t=5\text{мс})=-i_H(t=15\text{мс})=0,414$  А. Сумма амплитудных значений третьей, пятой и седьмой гармоник тока равна 0,412 А (табл. 1).

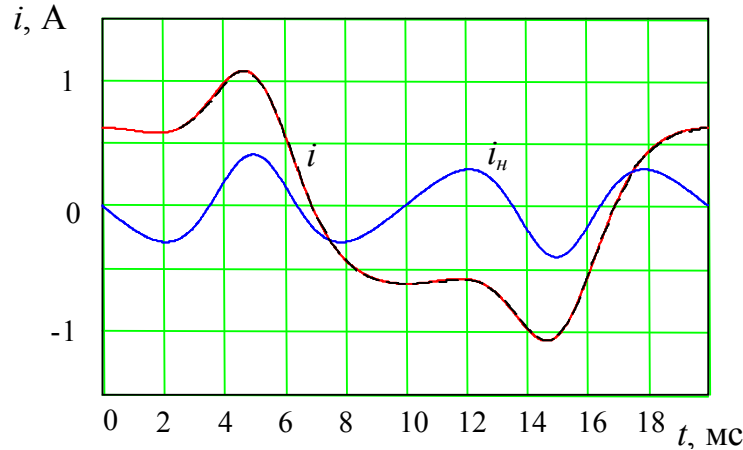


Рис. 5. Зависимость тока через объект с нелинейным индуктивным элементом

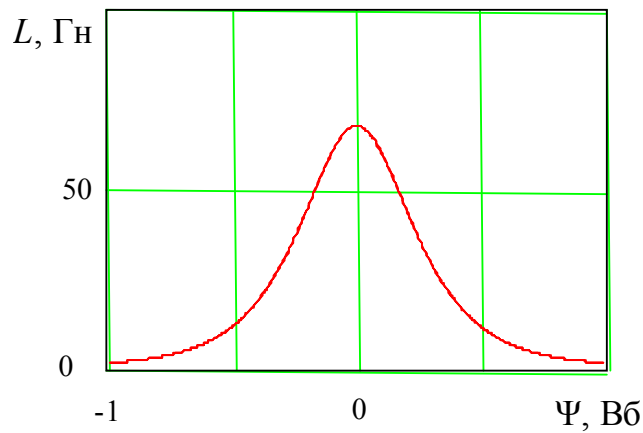


Рис. 6. Нелинейная характеристика индуктивного элемента

Таблица 1

Гармонический спектр тока через объект с нелинейным индуктивным элементом

$\nu$	1	2	3	4	5	6	7
$a_D$	0,620	0	0	0	0	0	0
$b_D$	0,634	0	-0,318	0	0,082	0	-0,012

Таким образом, в данном случае нелинейный объект характеризуется тремя проводимостями: активной, реактивной и реактивной проводимостью искажения. Наукові праці ВНТУ, 2009, № 2

Проводимость искажения  $b_{nQ} = \frac{0,414}{220} = 1,88 \cdot 10^{-3}$  См. Эффективное число гармонических составляющих, генерирующихся индуктивным нелинейным элементом, составляет  $n_{nQ} = 1,59$ .

На рис. 7 изображены зависимость тока  $i(t)$  и его составляющей, обусловленной нелинейностью  $i_H(t)$ , объекта, представленного параллельной  $r/l$ -схемой замещения. Нелинейные характеристики резистивного и индуктивного элементов показаны на рис. 8. гармонический спектр тока приведен в табл. 2.

Зафиксировав значение составляющей тока, обусловленного нелинейностью  $i_H(t)$ , в точке  $t=5$  мс или  $t=15$  мс ( $i_H(t=5\text{мс}) = -i_H(t=15\text{мс}) = 0,422$  А), можно определить интегральное содержание высших нечетных синусных гармоник, характеризующее нелинейность индуктивного элемента. Сумма амплитудных значений третьей, пятой, седьмой и девятой гармоник тока равна 0,421 А (табл. 2).

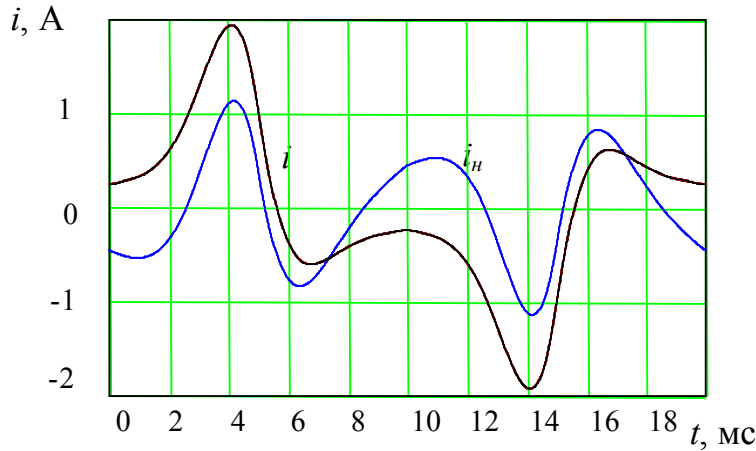


Рис. 7. Зависимость тока через объект с нелинейными индуктивным и резистивным элементами

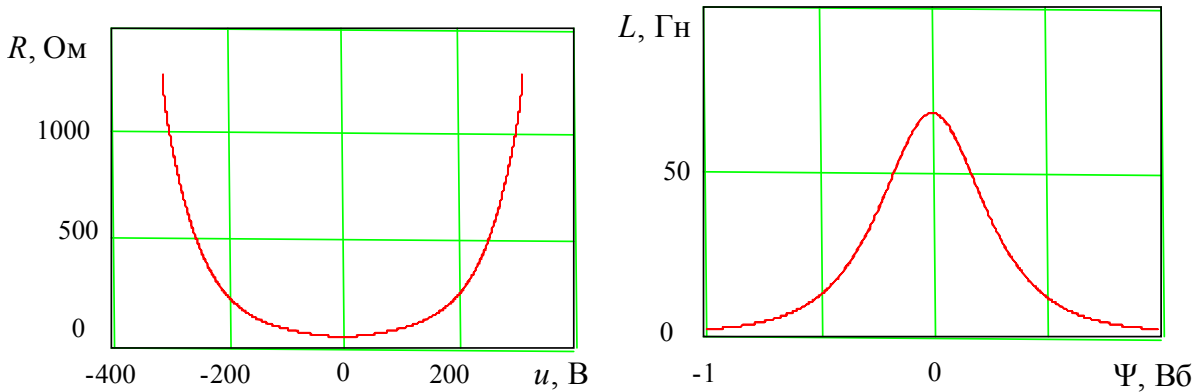


Рис. 8. Нелинейные характеристики резистивного и индуктивного элементов

Таблица 2

Гармонический спектр тока через объект с нелинейными резистивным и индуктивным элементами

$\nu$	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$a_\nu$	0,694	0	-0,665	0	0,309	0	-0,115	0	-0,041
$b_\nu$	0,634	0	-0,321	0	0,085	0	-0,013	0	0,002

Для определения интегрального содержания высших знакопеременных нечетных косинусных гармоник, которые характеризуют нелинейность резистивного элемента, необходимо использовать спектральный фазовращатель.

Таким образом, в данном случае нелинейный объект характеризуется четырьмя проводимостями: активной и реактивной проводимостями, а также двумя реактивными проводимостями искажения  $b_{nR} = \frac{1,184}{220} = 5,38 \cdot 10^{-3} \text{ См}$ ,  $b_{nQ} = \frac{0,422}{220} = 1,92 \cdot 10^{-3} \text{ См}$ .

Эффективные числа гармонических составляющих, которые генерируются нелинейными элементами, будут  $n_{nR} = 2,56$ ,  $n_{nQ} = 1,62$ .

### Выводы

Нелинейные объекты, кроме активной и реактивной проводимостей, можно характеризовать еще и четырьмя проводимостями нелинейного искажения, которые интегрально характеризуют нелинейность резистивного и индуктивного элементов и характер этой нелинейности. Рассмотрены физические основы их измерений. Показано, что использование мгновенных значений токов позволяет измерить параметры нелинейных объектов.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Сверкунов Ю. Д. Идентификация и контроль качества нелинейных элементов радиоэлектронных схем (спектральный метод). Ю. Д. Сверкунов – М.: Энергия, 1975. – 75 с.
2. Штамбергер Г. А. Измерения в цепях переменного тока (методы уравнивания) / Г. А. Штамбергер; Под ред. К. Б. Карандеева. – Новосибирск: Наука, 1972. – 164 с.

**Бурбело Михаил Иосифович** – д. т. н., профессор, заведующий кафедрой электротехнических систем электропотребления и энергетического менеджмента.

**Кравец Александр Николаевич** – ассистент кафедры электротехнических систем электропотребления и энергетического менеджмента,

Винницкий национальный технический университет.

**Фомин Кирилл Сергеевич** – студент Сумского государственного университета.