УДК 621.3.031:510.6

Б. И. Мокин, д. т. н., проф.; В. В. Каминский, к. т. н., доц.

МЕТРИКА В ПРОСТРАНСТВЕ НАПРАВЛЕННЫХ УРОВНЕЙ ПРИНАДЛЕЖНОСТИ СЛАБО ЗАДАННЫХ ПАРАМЕТРОВ СЛОЖНЫХ СИСТЕМ

В работе вводится метрика специального вида в пространстве направленных уровней принадлежности слабых множеств. Предложенная метрика позволяет значительно упростить процесс моделирования и анализа неопределенных параметров сложных систем с помощью слабых множеств.

Ключевые слова*: слабое множество, принадлежность, направленность, метрика, направленный уровень, направленная ось.*

В работах [1 – 6] авторы предложили новый подход к моделированию сложных систем на основе разрабатываемого ими аппарата теории слабых множеств, который позволяет моделировать неопределенные параметры систем в условиях отсутствия не только числовых, но и нечетких или лингвистических значений неопределенных параметров. Основным инструментом новой технологии моделирования сложных систем в условиях неопределенности данных является заданное в универсуме X слабое множество $\tilde{\tilde{A}}$ [2, 3, 6], которое, в отличие от нечеткого множества $\tilde{A}$, задается не функцией принадлежности μ_A: X $\to M_\alpha$, а функцией уровней ν_A: X $\to M_{\alpha\omega}$, где $M_{\alpha\omega} = M_\alpha \times \{ +; - \} \setminus \{(\vee M_\alpha; -)\}$ – пространство направленных уровней принадлежности, являющиеся декартовым произведением пространства ненаправленных (обычных) уровней принадлежности M_α и пространства направленностей {+; −}, $\vee M_\alpha$ – максимальный элемент пространства M_α. Элементы этого пространства, которые являются упорядоченными парами вида (α; +), (β; −), $\alpha, \beta \in M_\alpha$ и называются положительно (для случая (α; +)) и отрицательно (для случая (β; −)) направленными уровнями принадлежности, удобно обозначать соответственно α^+, β^-. Функция уровней слабого множества не задает элементам универсума никаких конкретных степеней принадлежности слабому множеству, а только направленные уровни принадлежности. При этом положительно направленные уровни принадлежности согласно [4] можно интерпретировать как нижнюю точную грань возможных значений степеней принадлежности соответствующих элементов универсума. При этом верхняя грань принадлежности этих элементов никак не регламентируется и ограничивается только максимальным элементом $\vee M_\alpha$ пространства ненаправленных уровней принадлежности. Отрицательно направленные уровни принадлежности в свою очередь можно интерпретировать как верхнюю точную грань возможных значений степеней принадлежности. При этом нижняя точная грань принадлежностей элементов универсума никак не задается и ограничивается только минимальным элементом $\wedge M_\alpha$ пространства M_α.

В пространстве ненаправленных уровней принадлежности имеет место обычный нестрогий линейный порядок, а в пространстве направленностей – линейный порядок {(+, +), (+, −), (−, −)}. Что касается пространства $M_{\alpha\omega}$, то на нем задан такой специальный строгий линейный порядок $S_{\alpha\omega}$, что

$$S_{\alpha\omega} = \forall(\alpha, \omega_\alpha), (\beta, \omega_\beta) \in M_{\alpha\omega} \left((\beta, \omega_\beta) > (\alpha, \omega_\alpha) \Leftrightarrow (\beta > \alpha \ \wedge \ \omega_\beta = \omega_\alpha) \vee (\omega_\beta > \omega_\alpha) \right), \quad (1)$$

а диагональное отношение на $M_{\alpha\omega}$ задает равенство направленных уровней принадлежности

$$\forall(\alpha, \omega_\alpha), (\beta, \omega_\beta) \in M_{\alpha\omega} \left((\alpha, \omega_\alpha) = (\beta, \omega_\beta) \Leftrightarrow \alpha = \beta \ \wedge \ \omega_\alpha = \omega_\beta \right). \quad (2)$$

В работе [5] дана геометрическая интерпретация пространства направленных уровней принадлежности с заданным на нем линейным порядком (1). Согласно этой интерпретации пространство $M_{\alpha\omega}$ можно изобразить в виде отрезка прямой линии, точки которой задают направленные уровни принадлежности. Такой отрезок назван осью направленных уровней принадлежности. На рис. 1 изображена ось направленных уровней принадлежности для случая $M_\alpha = [0; 1]$. Направление роста значений направленных уровней принадлежности согласно строгому линейному порядку $S_{\alpha\omega}$ показано на рисунке пунктирными стрелками.

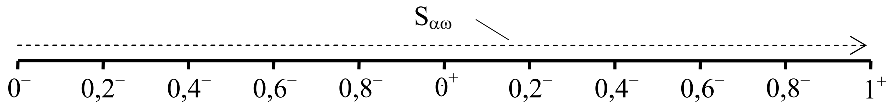

Рис. 1. Ось направленных уровней принадлежности при $M_\alpha = [0; 1]$

Как видно из рис. 1, линейный порядок в пространстве $M_{\alpha\omega}$ с отрицательно и положительно направленными уровнями принадлежности существенно отличается от обычного линейного порядка на отрезке числовой оси с отрицательными и положительными числами. Поэтому обычная евклидова метрика числовой прямой не пригодна для определения расстояния между произвольной парой точек направленной оси уровней принадлежности.

Известно, что много фундаментальных понятий и результатов математического анализа связаны не с алгебраической природой действительных чисел, а лишь с понятием расстояния в пространстве действительных чисел, т. е. с множеством действительных чисел как метрическим пространством. К таким понятиям и фактам, в частности, относятся основные понятия и результаты теории пределов, понятие непрерывности и гладкости функций и много других. Для того, чтобы ввести аналогичные понятия в теории слабых множеств и, в частности, важные для применений этой теории понятия непрерывных и разрывных, убывающих и возрастающих функций уровней слабого множества, необходимо задать метрику в пространстве направленных уровней принадлежности.

С целью подчеркнуть, какая именно метрика используется, будем обозначать метрическое пространство в виде двойки $\langle M_{\alpha\omega}, \rho_M \rangle$, где ρ_M – метрика на $M_{\alpha\omega}$, т. е. неотрицательная действительная функция, которая для каждой пары элементов из $M_{\alpha\omega}$ задает расстояние между ними. При известной метрике ρ_M метрическим пространством будем называть также само множество $M_{\alpha\omega}$, на элементах которого задана метрика, как это обычно принято [7].

Очевидно, что ввести метрику в пространстве $M_{\alpha\omega}$ можно различными способами. Введем метрику ρ_M на оси направленных уровней принадлежности так, чтобы для любой пары точек этой оси расстояние между ними можно было измерить с помощью обычной линейки, а в случае однонаправленных уровней принадлежности она совпадала с обычной метрикой ρ_R действительных чисел

$$\rho_R\colon R^2 \to R_{+0},\ \ \rho_R(a, b) = |\, a - b\, |,\ \forall a, b \in R, \text{ т. е.}$$

$$\forall \alpha, \beta \in M_\alpha \,(\, \rho_M(\alpha^+, \beta^+) = \rho_M(\alpha^-, \beta^-) = \rho_R(\alpha, \beta)\,), \tag{3}$$

где $R_{+0} = \{0\} \cup R_+$; R_+ – множество положительных действительных чисел.

С этой целью рассмотрим функцию $\rho_M\colon\ M^2_{\alpha\omega} \to R_{+0}$ в пространстве $M_{\alpha\omega}$ такую, что

$$\forall \alpha, \beta \in M_\alpha\ \forall \omega, \psi \in M_\omega\ (\rho_M(\alpha^\omega; \beta^\psi) = |\alpha - \beta| \ \Leftrightarrow\ \omega = \psi); \tag{4}$$

$$\forall \alpha, \beta \in M_\alpha(\rho_M(\alpha^+; \beta^-) = |\alpha - \wedge M_\alpha| + |\beta - \vee M_\alpha|); \tag{5}$$

$$\forall \alpha, \beta \in M_\alpha(\rho_M(\alpha^-; \beta^+) = |\alpha - \vee M_\alpha| + |\beta - \wedge M_\alpha|). \tag{6}$$

Покажем, что функция ρ_M является метрикой в пространстве $M_{\alpha\omega}$, для которой выполняется условие (3).

Согласно определению метрического пространства [7], функция ρ_M будет метрикой тогда и только тогда, когда она является неотрицательной действительной функцией удовлетворяющей все аксиомы метрических пространств. Последние для нашего случая можно записать в виде:

$$\forall\alpha^{\omega},\ \beta^{\psi}\in M_{\alpha\omega}\ (\rho_M(\alpha^{\omega};\beta^{\psi}) = 0 \Leftrightarrow \alpha^{\omega} = \beta^{\psi}\ ); \qquad (7)$$

$$\forall\alpha^{\omega},\ \beta^{\psi}\in M_{\alpha\omega}\ (\rho_M(\alpha^{\omega},\ \beta^{\psi}) = \rho_M(\beta^{\psi},\ \alpha^{\omega})\ ); \qquad (8)$$

$$\forall\alpha^{\omega},\ \beta^{\psi},\ \gamma^{\chi}\in M_{\alpha\omega}\ (\ \rho_M(\alpha^{\omega},\gamma^{\chi}) \le \rho_M(\alpha^{\omega},\ \beta^{\psi}) + \rho_M(\beta^{\psi},\ \gamma^{\chi})\ ). \qquad (9)$$

Сразу можно отметить, что ρ_M является именно неотрицательной действительной функцией, поскольку ее значения согласно (4) – (6) являются абсолютной величиной действительного числа или суммой абсолютных величин действительных чисел. Кроме того, согласно (4) на множестве однонаправленных уровней принадлежности значения функции ρ_M для любой пары таких уровней никак не зависят от их направленности. С учетом этого, а также условия (4), она фактически задает метрику в пространстве ненаправленных уровней принадлежности M_{α}, которая совпадает с обычной метрикой действительных чисел ρ_R.

Поскольку обычная метрика ρ_R является полноценной метрикой на множестве действительных чисел, то и на множестве ненаправленных уровней принадлежности, которое является подмножеством множества действительных чисел, функция ρ_M также является метрикой, причем такой, которая в случае однонаправленных уровней принадлежности соответствует обычной метрике действительных чисел ρ_R. Отсюда делаем вывод, что равенство (4) соответствуют всем аксиомам метрики (7) – (9).

Покажем дальше, что равенства (5), (6) тоже соответствуют аксиомам метрики (7) – (9). Сначала покажем, что эти равенства удовлетворяют аксиому (7).

Пусть аксиома (7) для этих равенств не выполняется. В таком случае должна существовать такая пара направленных уровней принадлежности α^{ω}, β^{ψ}, что

$$\alpha^{\omega} = \beta^{\psi}\ \wedge\ \rho_M(\alpha^{\omega},\ \beta^{\psi}) \ne 0, \text{ или} \qquad (10)$$

$$\alpha^{\omega} \ne \beta^{\psi}\ \wedge\ \rho_M(\alpha^{\omega},\ \beta^{\psi}) = 0. \qquad (11)$$

Поскольку условия (5), (6) касаются только случая, когда направленности уровней принадлежности противоположные, то выражения (10), (11) для этого случая можно переписать в таком расширенном виде:

$$\alpha^{\omega} = \beta^{\psi}\ \wedge\ \omega\ \ne\ \psi\ \wedge\ \rho_M(\alpha^{\omega},\ \beta^{\psi}) \ne 0, \text{ или} \qquad (12)$$

$$\alpha^{\omega} \ne \beta^{\psi}\ \wedge\ \omega\ \ne\ \psi\ \wedge\ \rho_M(\alpha^{\omega},\ \beta^{\psi}) = 0. \qquad (13)$$

Но случай (12) невозможен потому, что согласно отношению равна (2) в пространстве $M_{\alpha\omega}$ направленные уровни принадлежности с равными ненаправленными принадлежностями и противоположными направленностями не могут быть равными.

Рассмотрим случай (13). Согласно (5), (6) следующие эквиваленции должны быть тождественно истинными:

$$\rho_M(\alpha^{+};\ \beta^{-}) = 0\ \Leftrightarrow\ |\alpha - \wedge M_{\alpha}\ | + |\beta\ - \vee M_{\alpha}| = 0; \qquad (14)$$

$$\rho_M(\alpha^{-}\ ;\ \beta^{+}) = 0\ \Leftrightarrow\ |\alpha - \vee M_{\alpha}\ | + |\beta\ - \wedge M_{\alpha}| = 0. \qquad (15)$$

Но сумма абсолютных величин двух любых действительных чисел равняется нулю только тогда, когда обе абсолютные величины равны нулю. Поэтому утверждение (14), (15) можно записать в таком равносильном виде:

$$\rho_M(\alpha^{+};\ \beta^{-}) = 0\ \Leftrightarrow\ |\alpha - \wedge M_{\alpha}\ | = 0\ \wedge\ |\beta - \vee M_{\alpha}| = 0, \qquad (16)$$

$$\rho_M(\ \alpha^{-};\beta^{+}) = 0 \Leftrightarrow |\alpha - \vee M_{\alpha}| = 0 \wedge |\beta - \wedge M_{\alpha}| = 0. \qquad (17)$$

Правые части утверждений (16), (17) можно переписать согласно таким цепочкам равносильностей:

$|\alpha - \wedge M_\alpha| = 0 \;\wedge\; |\beta - \vee M_\alpha| = 0 \;\equiv\; \alpha - \wedge M_\alpha = 0 \;\wedge\; \beta - \vee M_\alpha = 0 \;\equiv\; \alpha = \wedge M_\alpha \;\wedge\; \beta = \vee M_\alpha$, и соответственно $|\alpha - \vee M_\alpha| = 0 \;\wedge\; |\beta - \wedge M_\alpha| = 0 \;\equiv\; \alpha - \vee M_\alpha = 0 \;\wedge\; \beta - \wedge M_\alpha = 0 \;\equiv\; \alpha = \vee M_\alpha \;\wedge\; \beta = \wedge M_\alpha$.

Подставляя вместо правой части эквиваленций (16), (17) полученные конъюнкции, будем иметь: $\rho_M(\alpha^+; \beta^-) = 0 \;\Leftrightarrow\; \alpha = \wedge M_\alpha \;\wedge\; \beta = \vee M_\alpha$, $\rho_M(\alpha^-; \beta^+) = 0 \;\Leftrightarrow\; \alpha = \vee M_\alpha \;\wedge\; \beta = \wedge M_\alpha$.

Но для направленного уровня β^- равенство $\beta = \vee M_\alpha$ может иметь место только в случае, когда $\beta^- = (\vee M_\alpha\,; -)$, а для направленного уровня α^- равенство $\alpha = \vee M_\alpha$ может иметь место только в случае, когда $\alpha^- = (\vee M_\alpha\,; -)$. В то же время, согласно определению пространства направленных уровней принадлежности, направленный уровень $(\vee M_\alpha; -)$ в этом просторные отсутствует. Таким образом предположив, что аксиома (7) не выполняется, мы пришли к ложным выводам (14), (15). Это значит, что сделанное предположение является ложным, а равенства (5), (6) соответствует аксиоме (7).

Что касается аксиомы (8), то соответствие равенств (5), (6) этой аксиоме непосредственно вытекает из коммутативности суммы абсолютных величин действительных чисел. Действительно, из (5), (6) вытекает, что

$$\begin{aligned}
\rho_M(\alpha^+; \beta^-) &= |\alpha - \wedge M_\alpha| + |\beta - \vee M_\alpha|,\\
\rho_M(\beta^-; \alpha^+) &= |\beta - \vee M_\alpha| + |\alpha - \wedge M_\alpha|,\\
\rho_M(\alpha^-; \beta^+) &= |\alpha - \vee M_\alpha| + |\beta - \wedge M_\alpha|,\\
\rho_M(\beta^+; \alpha^-) &= |\beta - \wedge M_\alpha| + |\alpha - \vee M_\alpha|.
\end{aligned}$$

Но поскольку

$$|\alpha - \wedge M_\alpha| + |\beta - \vee M_\alpha| = |\beta - \vee M_\alpha| + |\alpha - \wedge M_\alpha| \text{ и}$$
$$|\alpha - \vee M_\alpha| + |\beta - \wedge M_\alpha| = |\alpha - \vee M_\alpha| + |\beta - \wedge M_\alpha|,$$

то $\rho_M(\alpha^+; \beta^-) = \rho_M(\beta^-; \alpha^+)$ и $\rho_M(\alpha^-; \beta^+) = \rho_M(\alpha^-; \beta^+)$. Т. е. аксиома (8) выполняется для равенств (5), (6).

Остается показать, что равенства (5), (6) удовлетворяют также и аксиому (9). Доказательство выполним сначала для равенства (5). Поскольку равенство (5) задает расстояние между двумя по-разному направленными уровнями принадлежности, причем начальный уровень имеет положительную направленность, а конечный – отрицательную, то необходимо и достаточно выполнить доказательство для двух случаев возможных упорядоченных наборов трех направленных уровней принадлежности, которые отличаются направленностью среднего уровня принадлежности, а первый и последний уровни сохраняют свои направленности. Таким образом, наборы трех направленных уровней принадлежности, которые следует рассмотреть, будут иметь вид: $\alpha^+, \beta^+, \gamma^-$ и $\alpha^+, \beta^-, \gamma^-$.

Рассмотрим сначала первый набор направленных уровней принадлежности. Согласно (4) $\rho_M(\alpha^+; \beta^+) = |\alpha - \beta|$, а согласно (5)

$$\rho_M(\alpha^+; \gamma^-) = |\alpha - \wedge M_\alpha| + |\gamma - \vee M_\alpha|; \tag{18}$$
$$\rho_M(\beta^+; \gamma^-) = |\beta - \wedge M_\alpha| + |\gamma - \vee M_\alpha|.$$

Тогда

$$\rho_M(\alpha^+; \beta^+) + \rho_M(\beta^+; \gamma^-) = |\alpha - \beta| + |\beta - \wedge M_\alpha| + |\gamma - \vee M_\alpha|. \tag{19}$$

Из (18) и (19) вытекает, что неравенство

$$\rho_M(\alpha^+; \gamma^-) \le \rho_M(\alpha^+; \beta^+) + \rho_M(\beta^+; \gamma^-)$$

выполняется тогда и только тогда, когда

$$|\alpha - \wedge M_\alpha| + |\gamma - \vee M_\alpha| \le |\alpha - \beta| + |\beta - \wedge M_\alpha| + |\gamma - \vee M_\alpha| \equiv$$
$$\equiv |\alpha - \wedge M_\alpha| \le |\alpha - \beta| + |\beta - \wedge M_\alpha|.$$

Убедимся, что последнее неравенство действительно выполняется. Из свойств абсолютной величины действительного числа вытекает, что

$$|\alpha - \beta| + |\beta - \wedge M_\alpha| \ge |\alpha - \beta + \beta - \wedge M_\alpha| \equiv |\alpha - \beta| + |\beta - \wedge M_\alpha| \ge |\alpha - \wedge M_\alpha|.$$

Таким образом, для первого набора направленных уровней принадлежности равенство (5) удовлетворяет аксиому (9).

Для второго набора уровней принадлежности $\alpha^+,\ \beta^-,\ \gamma^-$, согласно (5), получим

$$\rho_M(\alpha^+;\gamma^-) = |\alpha - \wedge M_\alpha| + |\gamma - \vee M_\alpha|, \tag{20}$$

$$\rho_M(\alpha^+;\beta^-) = |\alpha - \wedge M_\alpha| + |\beta - \vee M_\alpha|.$$

Для этого же случая, согласно (4), будем иметь

$$\rho_M(\beta^-;\gamma^-) = |\beta - \gamma| = |\gamma - \beta|.$$

Из последних двух равенств получим:

$$\rho_M(\alpha^+;\beta^-) + \rho_M(\beta^-;\gamma^-) = |\alpha - \wedge M_\alpha| + |\beta - \vee M_\alpha| + |\gamma - \beta|. \tag{21}$$

Из (20), (21) вытекает, что неравенство $\rho_M(\alpha^+;\gamma^-) \le \rho_M(\alpha^+;\beta^-) + \rho_M(\beta^-;\gamma^-)$ выполняется при условии, если выполняется неравенство

$|\alpha - \wedge M_\alpha| + |\gamma - \vee M_\alpha| \le |\alpha - \wedge M_\alpha| + |\beta - \vee M_\alpha| + |\gamma - \beta| \equiv |\gamma - \vee M_\alpha| \le |\gamma - \beta| + |\beta - \vee M_\alpha|$.

Но последнее неравенство действительно выполняется. В этом легко убедиться, учитывая, что

$$|\gamma - \beta| + |\beta - \vee M_\alpha| \ge |\gamma - \beta + \beta - \vee M_\alpha| \quad \equiv \quad |\gamma - \beta| + |\beta - \vee M_\alpha| \ge |\gamma - \vee M_\alpha|.$$

Таким образом, для всех возможных наборов направленных уровней принадлежности равенство (5) удовлетворяет аксиому (9).

Для завершения доказательства покажем, что для равенства (6) имеет место тот самый вывод: оно тоже удовлетворяет аксиому (9). Поскольку равенство (5) удовлетворяет все аксиомы метрических пространств, то оно удовлетворяет и отдельную аксиому метрики (8). С учетом этой аксиомы и коммутативности суммы абсолютных величин действительных чисел перепишем его в таком равносильном виде

$$\rho_M(\beta^-;\alpha^+) = |\beta - \vee M_\alpha| + |\alpha - \wedge M_\alpha|.$$

Но полученное равенство с точностью до взаимозамены символов направленных уровней принадлежности равносильно равенству (6). Отсюда делаем вывод, что равенство (6), как и равенство (5), удовлетворяет аксиому (9).

Таким образом, доказано, что все равенства (4) – (6) удовлетворяют аксиомы метрики (7) – (9), а это значит, что функция ρ_M является метрикой, задающей расстояние между произвольной парой точек пространства $M_{\alpha\omega}$. Причем расстояние между любыми уровнями принадлежности с одинаковой направленностью задаваемое метрикой ρ_M равно расстоянию между соответствующими ненаправленными уровнями принадлежности задаваемому обычной евклидовой метрикой ρ_R, что гарантируется условием (3). Однако для любой пары уровней принадлежности с разной направленностью метрика ρ_M задает расстояние согласно своим специфическим законам (4) – (6). Несмотря на то, что эти законы уже не соответствует обычной евклидовой метрике ρ_R, расстояние между любой парой точек на направленной оси координат можно измерить с помощью обычной линейки. Продемонстрируем это свойство метрики ρ_M с помощью рис. 2, 3. На первом рисунке показано расстояние между точками $(\alpha^-;\beta^+) = (0{,}3^-; 0{,}8^+)$ направленной оси координат при $M_\alpha = [0; 1]$, а на втором – расстояние между точками $(\alpha^-;\beta^+) = (-0{,}3^-; 0{,}8^+)$ направленной оси координат при $M_\alpha = [-1; 1]$.

Определим расстояния между этими точками, используя введенную в пространстве направленных уровней принадлежности метрику ρ_M.

Для первых двух точек получим (рис. 2):

$$\rho_M(\alpha^-;\beta^+) = |\alpha - \vee M_\alpha| + |\beta - \wedge M_\alpha| = \rho_M(0{,}3^-; 0{,}8^+) = |0{,}3 - 1| + |0{,}8 - 0| = 1{,}5.$$

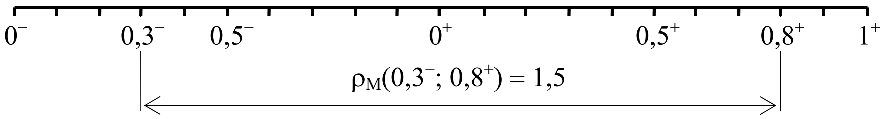

Рис. 2. Расстояние между направленными уровнями принадлежности $0{,}3^-$ и $0{,}8^+$ при $M_\alpha = [0;\,1]$

Найдем расстояние между направленными уровнями $-0{,}3^-$ и $0{,}8^+$ при $M_\alpha = [-1;\,1]$ (рис. 3):

$$\rho_M(\alpha^-;\,\beta^+) = |\alpha - \vee M_\alpha| + |\beta - \wedge M_\alpha| = \rho_M(-0{,}3^-;\,0{,}8^+) = |-0{,}3 - 1| + |0{,}8 - (-1)| = 3{,}1.$$

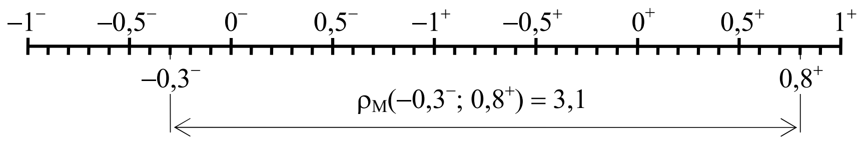

Рис. 3. Расстояние между направленными уровнями принадлежности $-0{,}3^-$ и $0{,}8^+$ при $M_\alpha = [-1;\,1]$

Отмеченное свойство метрики ρ_M позволяет ввести определение непрерывной (разрывной) и убывающей (возрастающей) функций направленных уровней принадлежности по аналогии с соответствующими определениями действительных функций так, что непрерывные и разрывные, а также убывающие и возрастающие функции направленных уровней будут выглядеть в направленных осях [5] аналогично соответствующим действительным функциям в обычных декартовых осях.

Выводы

На множестве направленных уровней слабых множеств введена функция, которая превращает это множество в метрическое пространство. Доказано, что эта функция удовлетворяет все аксиомы метрических пространств, т. е. является метрикой. Предложенная метрика позволяет измерить расстояние между любыми точками оси направленных уровней принадлежности с помощью обычной линейки, а расстояние между любыми уровнями принадлежности с одинаковой направленностью позволяет рассчитать как обычное евклидово расстояние между соответствующими ненаправленными уровнями принадлежности.

Такие свойства предложенной метрики позволяет ввести понятия непрерывных и убывающих функций уровней слабых множеств так, чтобы графики этих функций в направленных осях координат выглядели аналогично графикам обычных действительных функций в декартовых осях. Это позволяет значительно упростить процесс моделирования и анализа неопределенных параметров сложных систем с помощью слабых множеств.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Математичне моделювання процесів пошуку оптимальних рішень з використанням слабко заданих вхідних параметрів: матеріали сьомої міжнародної науково-технічної конференції “Контроль і управління в складних системах (КУСС – 2003)”, 8 –11 жовтня 2003 р., Вінниця / відп. ред. В. М. Дубовой. – Вінниця : УНІВЕРСУМ-Вінниця. – 2003. – С. 7 – 10.
2. Мокін Б. І. Слабкі множини та їх застосування до розв’язання задач прийняття рішень в умовах невизначеності даних / Б. І. Мокін, В. В. Камінський // Вісник Вінницького політехнічного інституту. – 2004. – №3. – С. 102-108.
3. Основы теории слабых множеств и её прикладные аспекты : материалы 12-й международной конференции по автоматическому управлению (Автоматика – 2005)”, 30 мая –3 июня 2005 г., Харьков. Т. 1 / науч. ред. Л. М. Любчик. – Харьков : Изд-во НТУ “ХПИ”. – 2005. – Т. 1. – С. 22 – 23.
4. Мокін Б. І. Математичне моделювання невизначених параметрів режиму електромереж з допомогою слабких множин / Б. І. Мокін, В. В. Камінський // Вісник Вінницького політехнічного інституту. – 2005. – №6. – С. 89 - 96.
5. Мокін Б. І. Геометрична інтерпретація слабких множин та їх систем нечітких реалізацій /

Б. І. Мокін, В. В. Камінський // Вісник Вінницького політехнічного інституту. – 2006. – №4. – С. 34 - 47.

6. Мокін Б. І. Слабкі множини як альтернатива нечітким множинам в моделюванні невизначених параметрів складних систем / Б. І. Мокін, В. В. Камінський // Вісник Вінницького політехнічного інституту. – 2006. – №6. – С. 226-230.

7. Колмогоров А. Н. Элементы теории функций и функционального анализа : [учебн. для студ. матем. спец. универс.] / Колмогоров А. Н., Фомин С. В. – М. : Наука, 1981. – 744 с.

Мокин Борис Иванович – д. т. н., профессор кафедры “Електромеханические системы автоматизации в промышленности и на транспорте”, тел.: 56-08-48.

Каминский Вячеслав Викторович – к. т. н., доцент кафедры электротехнических систем электропотребления и энергетического менеджмента, тел.: (0432)-598340.

Винницкий национальный технический университет.