

УДК 681.5.017+681.516.75

М. С. Юхимчук-Войтко**ГАРМОНИЧЕСКАЯ ЛИНЕАРИЗАЦИЯ САУ, УПРАВЛЯЕМОЙ
КОНЕЧНЫМ АВТОМАТОМ ПРИ ВОЗДЕЙСТВИИ
ПАРАМЕТРИЧЕСКИХ ВОЗМУЩЕНИЙ**

Найдены аналитические зависимости, которые позволяют проводить гармоническую линеаризацию систем, которые управляются конечным автоматом, при воздействии на них параметрических возмущений, которые приводят к изменению, с течением времени, параметров нелинейных элементов.

Ключевые слова: гармоническая линеаризация, нелинейные нестационарные системы, параметрические возмущения.

Постановка проблемы

Повышенные требования к качеству, точности и надежности современных систем автоматического управления сложными объектами, параметры которых изменяются в широких пределах в процессе работы, привели к необходимости разработки и использования новых принципов управления, в том числе и использования логических законов управления.

Поэтому в таких системах широко применяются логические управляющие устройства [1]. Они широко используются в системах управления разнообразными летательными аппаратами, производственными процессами и т. п. Системы такого класса сохраняют преимущества релейных систем, а именно: высокое быстродействие, простоту конструкций, высокий коэффициент усиления по мощности [2].

Логическое управление в нужный момент изменяет уровень и знак управляющего воздействия, что позволяет значительно уменьшить амплитуду автоколебаний.

В системах второго класса (с импульсно-релейным логическим управлением), в зависимости от величины отклонения, возникает импульсный или релейный режим работы. Импульсный режим возникает при росте абсолютной величины отклонения, когда знаки отклонения и скорости его изменения совпадают [1, 2].

Поведение такого класса систем анализируется известными методами [1, 2], которые нельзя использовать при изменении их параметров. Однако в реальных условиях эксплуатации таких систем их параметры часто изменяются под воздействием параметрических возмущений. Поэтому возникает проблема такого учета изменения параметров, который бы позволил использовать известные методы анализа поведения рассматриваемого класса систем.

Анализ последних исследований и публикаций

Для исследования вышеупомянутых классов систем в инженерной практике широко используется, благодаря своей простоте и эффективности, метод гармонической линеаризации [3]. Условием его применения является наличие фильтрующих свойств приведенной линейной части нелинейной системы. Этот метод может использоваться при

исследовании систем с нефилтующей линейной частью при двухчастотном и многочастотном входном сигнале нелинейностей [4]. Полученные результаты позволяют исследовать системы при постоянных параметрах их нелинейных элементов, в то время как значительное число систем содержит нелинейные элементы, которые строятся с помощью электронных схем, параметры которых, как известно, изменяются под влиянием внешних неконтролируемых параметрических возмущений (температуры, влажности). Это приводит со временем к изменению параметров нелинейных систем. В существующих публикациях не решаются задачи гармонической линеаризации систем при изменении параметров САУ, управляемой конечным автоматом.

Цель работы – получить аналитические зависимости, которые позволят проводить гармоническую линеаризацию систем, руководствующихся конечным автоматом, при воздействии на них параметрических возмущений, которые со временем приводят к изменению параметров нелинейных элементов. При этом основные предположения классического метода гармонической линеаризации о фильтрующих свойствах линейной части выполняются.

Основная часть

В работе решается задача определения коэффициентов гармонической линеаризации для автоматической системы, управляемой конечным автоматом, функциональная схема которой приведена на рисунке 1 [5].

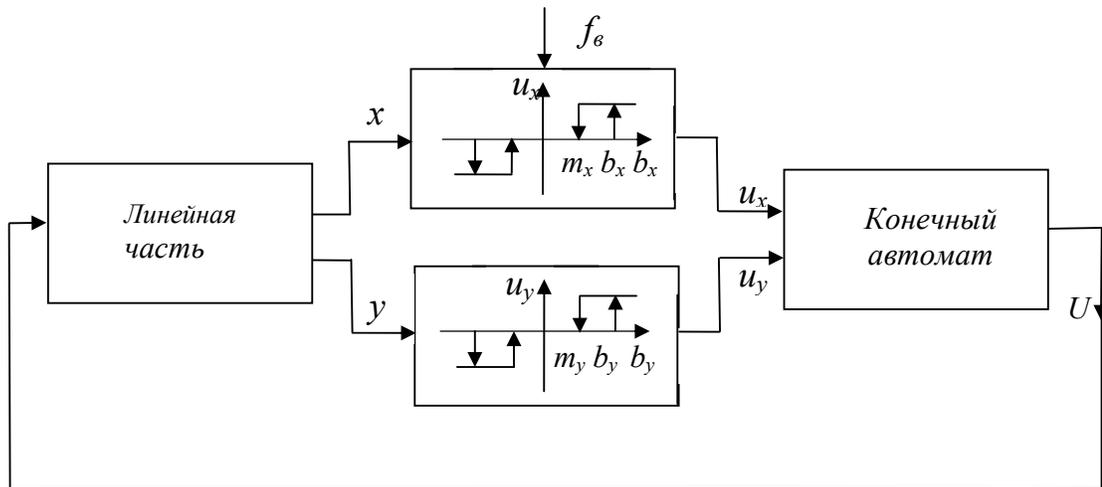


Рис.1. Функциональная схема САУ, управляемой конечным автоматом

При наличии в релейных элементах гистерезиса, выходные сигналы U_x и U_y определяются не только значениями управляющих сигналов X , Y , но и знаком их производных \dot{X} , \dot{Y} . В этом случае линеаризованное уравнение логического управляющего устройства с релейным преобразователем будет иметь вид [5]:

$$F(x, \dot{x}, y, \dot{y}) = \left(\frac{c_{10}}{A_y} + \frac{a_{10}}{A_y \omega} \cdot p \right) y + \left(\frac{b_{01}}{A_x} + \frac{a_{01}}{A_y \omega} \right) \cdot x, \quad (1)$$

где A_x, A_y – амплитуды входных сигналов X и Y, соответственно, ω – частота входных сигналов, p – оператор Лапласа.

Определим коэффициенты $c_{10}, a_{10}, b_{01}, a_{01}$ и, соответственно, вид выражения (1) при условии, что параметры релейных преобразователей (входной сигнал релейных элементов и ширина зоны нечувствительности) изменяются по линейным законам. Данные законы изменения характерны при воздействии на систему таких параметрических возмущений, как: температура, влажность, запыленность.

При этом значения соответствующих коэффициентов определяются с помощью разложения логической функции, описывающей конечный автомат с релейным преобразователем сигналов в двойной ряд Фурье с помощью соотношений [5], которые определяются при условиях, что параметры релейных преобразователей изменяются по линейным законам:

$$a_{10} = \frac{1}{2\pi^2} \iint_{2\pi} F(x, x, y, y) \cos \Psi_y d\Psi_y d\Psi_x = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} F(x, x, y, y) \cos \Psi_y d\Psi_y, \quad (2)$$

$$a_{01} = \frac{1}{2\pi^2} \iint_{2\pi} F(x, x, y, y) \cos \Psi_x d\Psi_y d\Psi_x = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} F(x, x, y, y) \cos \Psi_x d\Psi_x, \quad (3)$$

$$b_{01} = \frac{1}{2\pi^2} \iint_{2\pi} F(x, x, y, y) \sin \Psi_x d\Psi_x d\Psi_y = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} F(x, x, y, y) \sin \Psi_x d\Psi_x, \quad (4)$$

$$c_{10} = \frac{1}{2\pi^2} \iint_{2\pi} F(x, x, y, y) \sin \Psi_y d\Psi_y d\Psi_x = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} F(x, x, y, y) \sin \Psi_y d\Psi_y, \quad (5)$$

где $\Psi_y = \omega t$, $\Psi_x = \omega t + \varphi$, а ω – частота сигнала Y(t), φ – сдвиг фаз между сигналами Y(t), X(t).

Для решения поставленной задачи приведем графическое представление изменения сигналов на выходе конечного автомата, при условии, что на входы релейных звеньев с гистерезисом подаются гармонические сигналы X(t), Y(t) [5].

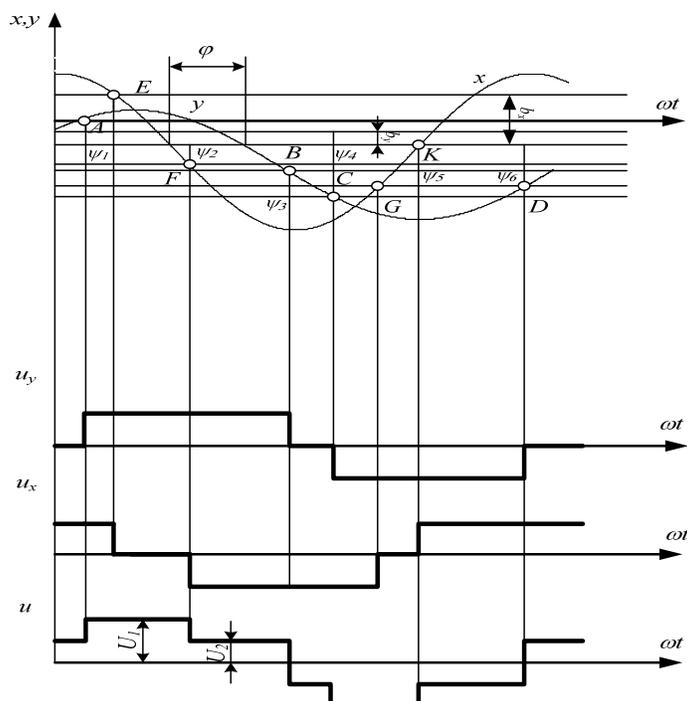


Рис. 2 Изменение сигналов в логическом управляющем устройстве при автоколебаниях

Как показано в работе [5], при заданной логике работы логического управляющего устройства, приведённой в таблице 1, и сдвиге фаз между входными сигналами, который удовлетворяет неравенства $0 < \varphi < 90^{\circ}$, $b_{01} = c_{10}$ и $a_{01} = a_{10}$. Подчеркнем, что в таблице 1 U_1, U_2 – значения управляющего сигнала U .

Таблица 1

U_x	0	0	0	+1	+1	+1	-1	-1	-1
U_y	0	+1	-1	0	+1	-1	0	+1	-1
U_1	0	1	-1	0	1	0	0	0	-1
U_2	0	0	0	1	0	-1	-1	1	0

Как следует из рис. 2, переключение автомата происходит в точках А, В, С, D и E, F, G, К. Для определения коэффициентов гармонической линеаризации определим координаты точек

А, F, В, С, К, D. Координаты этих точек определяются соотношениями $\psi_1 = \arcsin \frac{b_y}{A_y}$,
 $\psi_2 = \pi - \varphi + \arcsin \frac{b_x}{A_x}$, $\psi_3 = \pi - \arcsin \frac{b_y}{A_y}$, $\psi_5 = 2\pi - \varphi + \arcsin \frac{b_x}{A_x}$, $\psi_6 = 2\pi - \arcsin \frac{b_y}{A_y}$,

соответственно.

В работе [6] определено, что при влиянии таких параметрических возмущений, как: температура, запыленность, влажность – параметры выходного сигнала релейного звена с

гистерезисом B и ширины зоны нечувствительности C будут изменяться по линейным законам:

$$B(t) = b_0 \pm bt, b \ll b_0, \quad (6)$$

$$C(t) = c_0 \pm ct, c \ll c_0. \quad (7)$$

Используя рис. 2 и (6), (7), интеграл (2) запишем в виде:

$$\begin{aligned} a_{10} = & \frac{1}{2\pi^2} \iint_{2\pi} F(x, x, y, y) \cos \Psi_y d\Psi_y d\Psi_x = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} F(x, x, y, y) \cos \Psi_y d\Psi_y = \int_0^{\psi_1} (U_{20} \pm U_2 t) \cos \psi d\psi + \\ & + \int_{\psi_1}^{\psi_2} (U_{10} \pm U_1 t) \cos \psi d\psi + \int_{\psi_2}^{\psi_3} (U_{20} \pm U_2 t) \cos \psi d\psi + \int_{\psi_3}^{\psi_4} (-U_{20} \pm U_2 t) \cos \psi d\psi + \int_{\psi_4}^{\psi_5} (-U_{10} \pm U_1 t) \cos \psi d\psi + \\ & + \int_{\psi_5}^{\psi_6} (-U_{20} \pm U_2 t) \cos \psi d\psi + \int_{\psi_6}^{2\pi} (U_{20} \pm U_2 t) \cos \psi d\psi. \end{aligned} \quad (8)$$

Если найти отдельно каждый из интегралов, который входит в соотношение (8), найдём окончательное выражение для коэффициента a_{10} .

$$\begin{aligned} a_{10} = & U_{20} \frac{b_y}{A_y} \pm \frac{U_2}{\omega} \left[\frac{b_y}{A_y} (\arcsin \frac{b_y}{A_y} + \sqrt{1 - (\frac{b_y}{A_y})^2} - 1) + U_{10} (\sin \varphi \sqrt{1 - \frac{b_x^2}{A_x^2}} - \cos \varphi \frac{b_x}{A_x}) - U_{10} \frac{b_y}{A_y} \pm \right. \\ & \pm \frac{U_1}{\omega} [(\pi - \varphi + \arcsin \frac{b_x}{A_x}) (\sin \varphi \sqrt{1 - \frac{b_x^2}{A_x^2}} - \cos \frac{b_x}{A_x} + (\cos \varphi) \sqrt{1 - \frac{b_x^2}{A_x^2}} + \frac{b_x}{A_x} \sin \varphi - (\arcsin \frac{b_y}{A_y}) (\frac{b_y}{A_y}) - \\ & - \sqrt{1 - \frac{b_y^2}{A_y^2}}] - U_{20} \frac{b_y}{A_y} - U_{20} (\sin \varphi \sqrt{1 - \frac{b_x^2}{A_x^2}} - \frac{b_x}{A_x} \cos \varphi) \pm \frac{U_2}{\omega} [(\pi - \arcsin \frac{b_y}{A_y}) \frac{b_y}{A_y} - \sqrt{1 - \frac{b_y^2}{A_y^2}} - \\ & - (\pi - \varphi + \arcsin \frac{b_x}{A_x}) (\sin \varphi \sqrt{1 - \frac{b_x^2}{A_x^2}} - \frac{b_x}{A_x} \cos \varphi) - (\sqrt{1 - \frac{b_x^2}{A_x^2}} \cos \varphi + \frac{b_x}{A_x} \sin \varphi) \pm \frac{U_2}{\omega} [-(\pi + \arcsin \frac{b_y}{A_y}) \frac{b_y}{A_y} - \\ & - \sqrt{1 - \frac{b_y^2}{A_y^2}} - (\pi - \arcsin \frac{b_y}{A_y}) \frac{b_y}{A_y} + \sqrt{1 + \frac{b_y^2}{A_y^2}}] + U_{10} (\sin \varphi \sqrt{1 - \frac{b_x^2}{A_x^2}} - \frac{b_x}{A_x} \cos \varphi) - U_{10} \frac{b_y}{A_y} \pm \\ & \pm \frac{U_1}{\omega} [(2\pi - \varphi + \arcsin \frac{b_x}{A_x}) (\frac{b_x}{A_x} \cos \varphi - \sin \varphi \sqrt{1 - \frac{b_x^2}{A_x^2}}) + (\cos \varphi \sqrt{1 - \frac{b_x^2}{A_x^2}} + \frac{b_x}{A_x} \sin \varphi) + (\pi + \arcsin \frac{b_y}{A_y}) \frac{b_y}{A_y} + \\ & + \sqrt{1 - \frac{b_y^2}{A_y^2}} + U_{20} \frac{b_x}{A_x} - U_{20} (\sqrt{1 - \frac{b_x^2}{A_x^2}} \sin \varphi - \frac{b_x}{A_x} \cos \varphi) \pm \frac{U_2}{\omega} [-(2\pi - \arcsin \frac{b_y}{A_y}) \frac{b_y}{A_y} + \sqrt{1 - \frac{b_y^2}{A_y^2}} - \\ & - (2\pi - \varphi + \arcsin \frac{b_x}{A_x}) (\sqrt{1 - \frac{b_x^2}{A_x^2}} \sin \varphi - \frac{b_x}{A_x} \cos \varphi) + (\sqrt{1 - \frac{b_x^2}{A_x^2}} \cos \varphi + \frac{b_x}{A_x} \sin \varphi)] + U_{20} \frac{b_y}{A_y} \pm \frac{U_2}{\omega} [1 + \\ & + (2\pi - \arcsin \frac{b_y}{A_y}) (\frac{b_y}{A_y}) - \sqrt{1 - \frac{b_y^2}{A_y^2}}]. \end{aligned}$$

Аналогично можно определить коэффициент c_{10} .

$$\begin{aligned}
 c_{10} = & -U_{20} \sqrt{1 - \left(\frac{b_y}{A_y}\right)^2} + U_{20} \pm \frac{U_2}{\omega} [-\arcsin\left(\frac{b_y}{A_y}\right) \sqrt{1 - \left(\frac{b_y}{A_y}\right)^2} + \left(\frac{b_y}{A_y}\right)] + \\
 & + U_{10} \left(\sqrt{1 - \frac{b_x^2}{A_x^2}} \cos \varphi + \frac{b_x}{A_x} \sin \varphi\right) + U_{10} \sqrt{1 - \frac{b_y^2}{A_y^2}} \pm \frac{U_1}{\omega} [(\pi - \varphi + \arcsin \frac{b_x}{A_x}) \left(\sqrt{1 - \frac{b_x^2}{A_x^2}} \cos \varphi + \frac{b_x}{A_x} \sin \varphi + \right. \\
 & + \left. \left(\sqrt{1 - \frac{b_x^2}{A_x^2}} \sin \varphi - \frac{b_x}{A_x} \cos \varphi\right) + \left(\arcsin \frac{b_y}{A_y} \sqrt{1 - \frac{b_y^2}{A_y^2}} - \frac{b_y}{A_y} + U_{20} \sqrt{1 - \frac{b_y^2}{A_y^2}} - U_{20} (\cos \varphi \sqrt{1 - \frac{b_x^2}{A_x^2}} + \right. \right. \\
 & + \left. \left. \frac{b_x}{A_x} \sin \varphi\right) \pm \frac{U_2}{\omega} [(\pi - \arcsin \frac{b_y}{A_y}) \sqrt{1 - \frac{b_y^2}{A_y^2}} + \frac{b_y}{A_y} + (\pi - \varphi + \arcsin \frac{b_x}{A_x}) \left(\sqrt{1 - \frac{b_x^2}{A_x^2}} \cos \varphi + \frac{b_x}{A_x} \sin \varphi\right) - \right. \\
 & - \left. \left(\sqrt{1 - \frac{b_x^2}{A_x^2}} \sin \varphi - \frac{b_x}{A_x} \cos \varphi\right)] \pm \frac{U_2}{\omega} [-2 \frac{b_y}{A_y} + 2(\arcsin \frac{b_y}{A_y}) \sqrt{1 - \frac{b_y^2}{A_y^2}}] + U_{10} \left(\sqrt{1 - \frac{b_x^2}{A_x^2}} \cos \varphi + \frac{b_x}{A_x} \sin \varphi\right) + \\
 & + U_{10} \sqrt{1 - \frac{b_y^2}{A_y^2}} \pm \frac{U_{10}}{\omega} [-(2\pi - \varphi + \arcsin \frac{b_x}{A_x}) \left(\sqrt{1 - \frac{b_x^2}{A_x^2}} \cos \varphi + \frac{b_x}{A_x} \sin \varphi\right) - \left(\sqrt{1 - \frac{b_x^2}{A_x^2}} \sin \varphi - \frac{b_x}{A_x} \cos \varphi\right) - \\
 & - (\pi + \arcsin \frac{b_y}{A_y}) \sqrt{1 - \frac{b_y^2}{A_y^2}} - \frac{b_y}{A_y}] + U_{20} \sqrt{1 - \frac{b_y^2}{A_y^2}} - U_{20} \left(\sqrt{1 - \frac{b_x^2}{A_x^2}} \cos \varphi + \frac{b_x}{A_x} \sin \varphi\right) \pm \\
 & \pm \frac{U_2}{\omega} [-(2\pi - \arcsin \frac{b_y}{A_y}) \sqrt{1 - \frac{b_y^2}{A_y^2}} - \frac{b_y}{A_y} + (2\pi - \varphi + \arcsin \frac{b_x}{A_x}) \left(\sqrt{1 - \frac{b_x^2}{A_x^2}} \cos \varphi + \frac{b_x}{A_x} \sin \varphi\right) + \\
 & + \left(\sqrt{1 - \frac{b_x^2}{A_x^2}} \sin \varphi - \frac{b_x}{A_x} \cos \varphi\right)] - U_{20} + U_{20} \sqrt{1 - \frac{b_y^2}{A_y^2}} \pm \frac{U_2}{\omega} [(-2\pi) + (2\pi - \arcsin \frac{b_y}{A_y}) \sqrt{1 - \frac{b_y^2}{A_y^2}} - \frac{b_y}{A_y}].
 \end{aligned}$$

С помощью найденных коэффициентов возможно найти линеаризованное уравнение логического управляющего устройства с релейным преобразователем (см. выражение (1)).

В отличие от известных значений вышеупомянутых коэффициентов [5], они зависят от амплитуды входных сигналов A_x , A_y , частоты входных сигналов ω , сдвига фаз между входными сигналами X и Y , значений параметров изменения выходного сигнала и ширины зоны нечувствительности соответствующих релейных преобразователей.

Вывод

В работе определены коэффициенты гармонической линеаризации нелинейной части автоматических систем, которые руководствуются конечным автоматом при воздействии неконтролируемых параметрических возмущений. Вышеупомянутые коэффициенты найдены с помощью разложения логической функции, описывающей конечный автомат с релейным преобразователем сигналов, в двойной ряд Фурье. С помощью определенных коэффициентов можно определить параметры автоколебаний рассматриваемого класса систем.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Никифоров В. О., Ушаков А. В. Управление в условиях неопределенности: чувствительность, адаптация, робастность. – СПб.: СПбГИТМО (ТУ), 2002. – 232 с.
2. Дорф Р., Бишоп Р. Современные системы управления. – М.: Лаб. баз. знаний, 2002. – 832 с.
3. Гельднер К., Кубик С. Нелинейные системы управления. – М.: Мир, 1987. – 368 с.
4. Быкова Г. М. Метод обобщенной гармонической линеаризации по k -й гармонике при исследовании динамических характеристик нелинейных систем // Изв. вузов. Приборостроение. – 1990. – № 1. – С. 80 – 85
5. Старикова М.В. Исследование автоматических систем с логическими управляющими устройствами. – М.: Машиностроение, 1987. – 224 с.
6. Юхимчук С.В. Узагальнення методу описуючих функцій для неоднозначних нелінійних нестационарних систем // Вісник Вінницького політехнічного інституту. – 1997. – №4. – С. 5 – 9.

Юхимчук-Войтко Мария Сергеевна – магистрант института автоматики, электроники и компьютерных систем управления, т. (8097) 722-60-22.
Винницкий национальный технический университет.