

УДК 681.7.068:004.7

В. П. Кожемяко, д. т. н., проф.; В. И. Малиновский**МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ПОТОКОВ В
ГЕОИНФОРМАЦИОННО-ЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ СЕТЯХ**

В статье предложена математическая модель распределения потоков для геоинформационно-энергетических сетей (ГИЭС) на основе теории массового обслуживания. Проведено компьютерное моделирование динамики изменений вероятностей информационных и энергетических запросов в среде MathCad. Данная модель позволяет определять основные характеристики ГИЭС и описывает процессы распределения информационной и энергетической составляющих, что является перспективным в задачах разработки топологии сетей.

Ключевые слова: геоинформационно-энергетическая сеть (ГИЭС), поток запросов, загрузка сети, информационно-энергетический канал, функция распределения вероятности.

Введение

Геоинформационно-энергетические сети (ГИЭС) [1, 2] – это современные высокотехнологические комплексные аппаратно-программные решения, предусматривающие анализ, обработку и принятие решений как в информационной, так и в энергетической сферах, оптимальное управление и перераспределение информационных и энергетических пространственно (географически) разнесенных ресурсов, обеспечивающиеся интеллектуальными системами, расположенными в локальных центрах управления. Информация и энергия при этом рассматривается в общем информационно-энергетическом поле [1].

Постановка задачи

При разработке и исследованиях топологий геоинформационно-энергетических сетей возникают задачи определения основных характеристик базовых узлов сети: пропускных способностей узлов и каналов передачи, среднего числа абонентов, необходимого быстродействия обработки (агрегации) информационного трафика и величины энергетической нагрузки конечных и промежуточных сегментов. Также возникают более глобальные задачи эффективного управления энергетическими ресурсами, оптимизации информационных и энергетических потоков (определение наименьших длин информационно-энергетических каналов), увеличение быстродействия ГИЭС и возможности оперирования их в режиме реального времени. Кроме того возникают задачи системного энергосбережения (определение путей для энергетических потоков с наименьшими энергетическими потерями и применение перспективных энергосберегающих технологий, например, светодиодных осветителей), решение которых невозможно без получения адекватных данных основных параметров сети ГИЭС: пропускной способности, скорости вычислений, скорости обслуживания запросов от конечных пользователей, вероятности отказа. Для определения которых необходимым является разработка универсальной математической модели, учитывающая показатели распределения как информационных, так и энергетических потоков.

Как и любые другие сети ГИЭС описываются с помощью методов теории массового обслуживания. В работе [4] был предложен математический аппарат описания процессов, который позволяет определять основные показатели информационной составляющей. Но для решения задач описания геоинформационно-энергетических сетей, кроме информационных параметров сети, необходимым являются определения еще и энергетических: энергетической загруженности, обслуживание запросов энергетического управления, время простоя при

запросе на энергетическую коммутацию и т. п. Поэтому необходима разработка модели сети на основе теории массового обслуживания, описывающая процессы распределения информационно-энергетических потоков в ГИЭС и позволяющая проводить их комплексную оценку.

Принципы образования и распределения информационно-энергетических потоков в ГИЭС

Основные принципы обработки информации в геоинформационно-энергетических системах были определены в работе [5]. Предложенная автором в [5] модель способа обработки информации основывается на параллельно-иерархическом Q-преобразовании [6] при обработке и передаче потоков информации в ГИЭС. Согласно этой модели предполагается выполнять параллельную обработку информации и передачу по волоконно-оптическому кабелю от центра обработки (центра управления ГИЭС) к конечному узлу геоинформационно-энергетической сети и в обратном направлении. Параллельно-иерархическая модель обработки и передачи предусматривает стойкое кодирование и высокоскоростную обработку данных, которая делает ее пригодной для применения в геоинформационно-энергетических средах [5].

Данные принципы соответствуют концепциям создания большинства известных геоинформационно-энергетических сетей и могут использоваться как базовая модель распределения.

Геоинформационно-энергетические сети можно рассматривать в качестве многоканальных сетей с очередями, в которых процессы информационного и энергетического обмена хорошо воссоздаются при помощи моделей теории массового обслуживания. В качестве параметров, характеризующих *энергетические потоки и составляющие* ГИЭС, выступают информационные запросы на коммутацию и перераспределение энергии питания. Модель сетей с очередями не может быть применена непосредственно для описания физического энергетического параметра (тока, оптического излучения и т. п.), поскольку он не может быть задержан во времени и поставлен в очередь.

Поскольку в ГИЭС предусмотрено значительное количество информационно-энергетических связей, то такие ГИЭС подпадают под *модель многоканальных сетей массового обслуживания с очередями* [7]. Данной модели присуще n -количество каналов, на которые поступает поток запросов с интенсивностью λ . Интенсивность обслуживания по одному каналу равна μ , отношение интенсивностей общего и единичного уровней равно $\rho = \frac{\lambda}{\mu}$ [7]. В таком случае должно выполняться условие [7]:

$$\lambda_i = \lambda, i=0,1,2,\dots;$$

$$\mu_i = \begin{cases} i\mu, & \text{при } i \leq n; \\ n\mu & \text{при } i > n. \end{cases}$$

Условие $\rho = \frac{\lambda}{\mu} < n$ определяет вероятность единичного запроса [7]:

$$\begin{cases} p_i = \frac{\rho^i}{i!} p_0, & i < n; \\ p_i = \frac{\rho^n}{n!} \cdot \frac{\rho^{i-n}}{n^{i-n}} p_0 & i > n, \end{cases} \tag{1}$$

где p_0 – вероятность простоя всех каналов ГИЭС, которая определяется как [7]:

$$p_0 = \frac{\rho^{n+1}}{(n-1)!(n-\rho)^2} p_0. \quad (2)$$

Среднее число занятых каналов k_{sz} [7]:

$$k_{sz} = \frac{\rho^{n+1}}{n!(1-\rho/n)^2}. \quad (3)$$

Среднее число запросов определено как $k_s = \rho = \frac{\lambda}{\mu}$ [7]. Время информационных запросов ожидания в очереди [7]:

$$t_z = \frac{k_{sz} + \rho}{\mu n}. \quad (4)$$

Формулы (1) – (4) определяют основные характеристики ГИЭС при их оценке и сравнении при помощи модели многоканальной сети массового обслуживания с очередями.

Математическая модель распределения потоков

Опираясь на изложенные в [5] положения, для информационно-энергетических потоков в геоинформационно-энергетических сетях можно отметить следующее:

1. Информационные связи в ГИЭС являются двунаправленными, а энергетические – однонаправленными (от энергостанции до конечных и промежуточных узлов);
2. Количество информационных связей приближенно равно количеству энергетических, (обеспечение условия автономности, согласно концепции оптических геоинформационно-энергетических технологий [8]), за исключением открытых оптических каналов, которые носят сугубо информационный характер.
3. Информационный обмен происходит согласно процессу обработки очереди запросов двустороннего направления, энергетический – в соответствии направлений поступления команд управления на органы управления энергетическим распределением.

На основе этого, с учетом многоканальной модели ММО можно записать модель образования и распределения информационно-энергетических потоков в оптических геоинформационно-энергетических сетях.

При n_{inf} – количество информационных каналов и n_{pow} – количество энергетических с соответствующими потоками запросов λ_{inf} и λ_{pow} и единичными интенсивностями μ_{inf} и μ_{pow} , при условии, что количество как информационных каналов, так и энергетических значительно больше количества узлов сети i . $\mu_{inf} = n_{inf}\mu$, $\mu_{pow} = n_{pow}\mu$, при условии, что $i > n$. В приближении примем $\mu_{pow} = \mu_{inf} = \mu$. Вероятность единичного информационного запроса (для двухстороннего информационного канала с плотностью запросов или функцией загрузки сети $\rho_{inf} = \frac{2\lambda_{inf}}{\mu}$) можно определить как:

$$p_{iinf} = \frac{2\lambda_{inf}^i}{\mu \cdot 2\mu \dots n_{inf} \mu \cdot (n_{inf}\mu)^{i-n_{inf}}} p_{0inf} = \frac{2\rho_{inf}^i}{n! n^{(i-n_{inf})}} p_{0inf} = \frac{2 \cdot \rho_{inf}^{n_{inf}}}{n!} \cdot \frac{\rho_{inf}^{i-n_{inf}}}{n^{i-n_{inf}}} p_{0inf}, \quad (5)$$

где p_{0inf} – вероятность простоя всех информационных каналов ГИЭС.

Аналогично для однонаправленного энергетического $\rho_{pow} = \frac{\lambda_{pow}}{\mu}$.

$$p_{i\text{pow}} = \frac{\lambda_{\text{pow}}^i}{\mu \cdot 2\mu \cdot \dots \cdot n_{\text{pow}} \mu \cdot (n_{\text{pow}} \mu)^{i-n_{\text{inf}}}} p_{0\text{pow}} = \frac{\rho_{\text{pow}}^i}{n! n^{(i-n_{\text{inf}})}} p_{0\text{pow}} = \frac{\rho_{\text{pow}}^{n_{\text{inf}}}}{n!} \cdot \frac{\rho_{\text{pow}}^{i-n_{\text{inf}}}}{n^{i-n_{\text{inf}}}} p_{0\text{pow}}. \quad (6)$$

Вероятность простоя всех информационных $p_{0\text{inf}}$ и энергетических $p_{0\text{pow}}$ каналов ГИЭС:

$$\begin{cases} p_{0\text{inf}} = \frac{p_{\text{inf}}^{n_{\text{inf}}+1}}{(n_{\text{inf}} - 1)!(n_{\text{inf}} - \rho_{\text{inf}})^2} p_0 \\ p_{0\text{pow}} = \frac{p_{\text{pow}}^{n_{\text{pow}}+1}}{(n_{\text{pow}} - 1)!(n_{\text{pow}} - \rho_{\text{pow}})^2} p_0 \end{cases}, \quad (7)$$

где p_0 – вероятность полного простоя всех каналов ГИЭС, $p_0 = 1 - (p_{i\text{pow}} + p_{i\text{inf}})$;

среднее число занятых информационно-энергетических каналов k_{S_z}

$$\begin{cases} k_{S_z\text{inf}} = \frac{p_{\text{inf}}^{n_{\text{inf}}+1}}{n_{\text{inf}} n_{\text{inf}}! (1 - \rho_{\text{inf}} / n_{\text{inf}})^2} \\ k_{S_z\text{pow}} = \frac{p_{\text{pow}}^{n_{\text{pow}}+1}}{n_{\text{pow}} n_{\text{pow}}! (1 - \rho_{\text{pow}} / n_{\text{pow}})^2} \end{cases}. \quad (8)$$

Среднее число запросов определяется как: для информационного потока $k_{\text{inf}} = \rho_{\text{inf}}$ и для энергетического $k_{\text{pow}} = \rho_{\text{pow}}$. Время информационных запросов ожидания в очереди

$$t_z = \frac{k_{S_z\text{inf}} + \rho_{\text{inf}}}{\mu n_{\text{inf}}}. \quad (9)$$

Если обозначить как $p_{\text{inf}}(t)$ – функцию распределения информационных потоков сети ГИЭС, а $p_{\text{pow}}(t)$ – как функцию распределения энергетических потоков, которые определяют p_{inf} , p_{pow} – вероятности их возникновения, то для информационной и энергетической составляющей можно записать модель образования и распределения потоков:

$$\begin{cases} \frac{dp_{\text{inf}}(t)}{dt} = -(\lambda_{i\text{inf}} + \mu_i) p_{i\text{inf}}(t) + \lambda_{i-1\text{inf}} p_{i-1\text{inf}}(t) + \mu_{i+1} p_{i+1\text{inf}}(t) \\ \frac{dp_{\text{pow}}(t)}{dt} = -(\lambda_{i\text{pow}} + \mu_i) p_{i\text{pow}}(t) + \lambda_{i-1\text{pow}} p_{i-1\text{pow}}(t) + \mu_{i+1} p_{i+1\text{pow}}(t) \end{cases}, \quad (10)$$

где $p_{\text{inf}}(t)$, $p_{\text{pow}}(t)$ – функции распределения вероятностей возникновения информационных и энергетических потоков (запросов) во времени t от центра управления ГИЭС.

С помощью уравнения (10) при заданных значениях $\lambda_{0\text{inf}}$, $\lambda_{0\text{pow}}$ и μ возможным является определение динамики распределения информационных и энергетических потоков в сети ГИЭС на основе модели массового обслуживания.

С помощью компьютерного моделирования в среде MathCad были получены графики изменений вероятностей единичных информационного и энергетического запросов от соответствующих им вероятностей простоя $p_{0\text{inf}}$ и $p_{0\text{pow}}$ (рис. 1) при условии, что

информационный обмен является двухсторонним с плотностью запросов $\rho_{\text{inf}} = \frac{2\lambda_{\text{inf}}}{\mu_{\text{inf}}} = 0.4$,

при средней интенсивности потока $\mu_{\text{inf}} = 50$ и количества потоков $\lambda_{\text{inf}} = 10$ при количестве основных информационных каналов $n_i = 4$, а энергетический – однонаправленным с

плотностью запросов $\rho_{pow} = \frac{2\lambda_{pow}}{\mu_{pow}} = 0.25$, при средней интенсивности потока $\mu_{pow} = 40$ и количестве потоков $\lambda_{pow} = 5$ и количестве энергетических каналов $n_i = 4$.

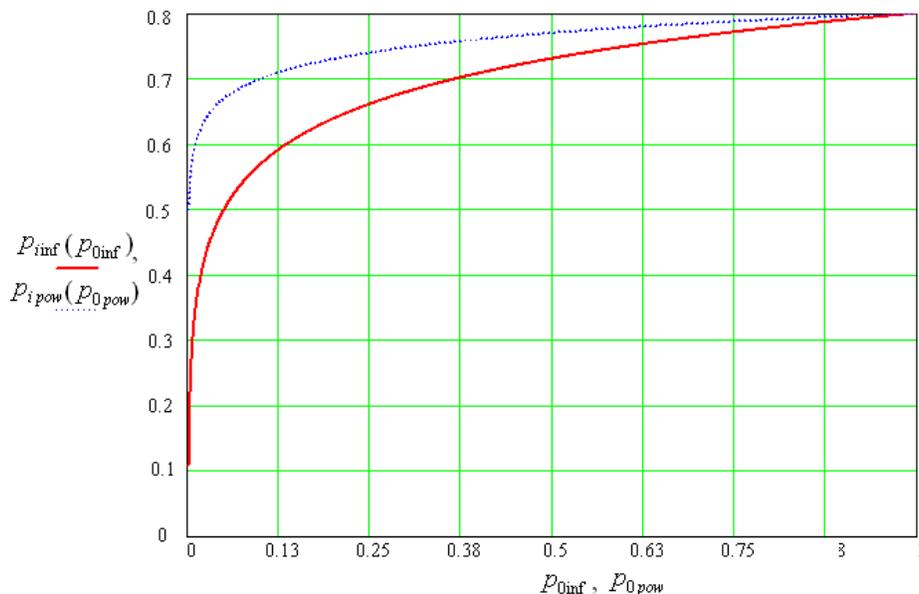


Рис. 1. График изменений вероятностей единичных информационного P_{inf} и энергетического $P_{i\,pow}$ запросов от соответствующих вероятностей простоя $P_{0\,inf}$ и $P_{0\,pow}$

Для исследования динамики изменений вероятностей P_{inf} и $P_{i\,pow}$ рост интенсивности запросов λ_{inf} , λ_{pow} можно задать с помощью графа (рис. 2).

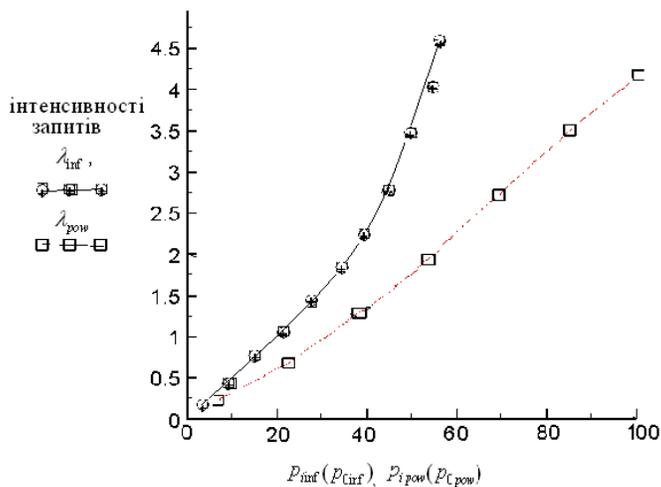


Рис. 2. Граф роста интенсивностей запросов λ_{inf} , λ_{pow}

При изменении начальных условий модели, в частности увеличении интенсивности потоков $\mu_{inf} = 70$, и количества потоков $\lambda_{inf} = 20$ (для информационных каналов), и $\mu_{pow} = 60$ и количестве потоков $\lambda_{pow} = 15$ (для энергетических), при одновременном их увеличении $n_i = 10$, была получена следующая зависимость вероятностей (рис. 3).

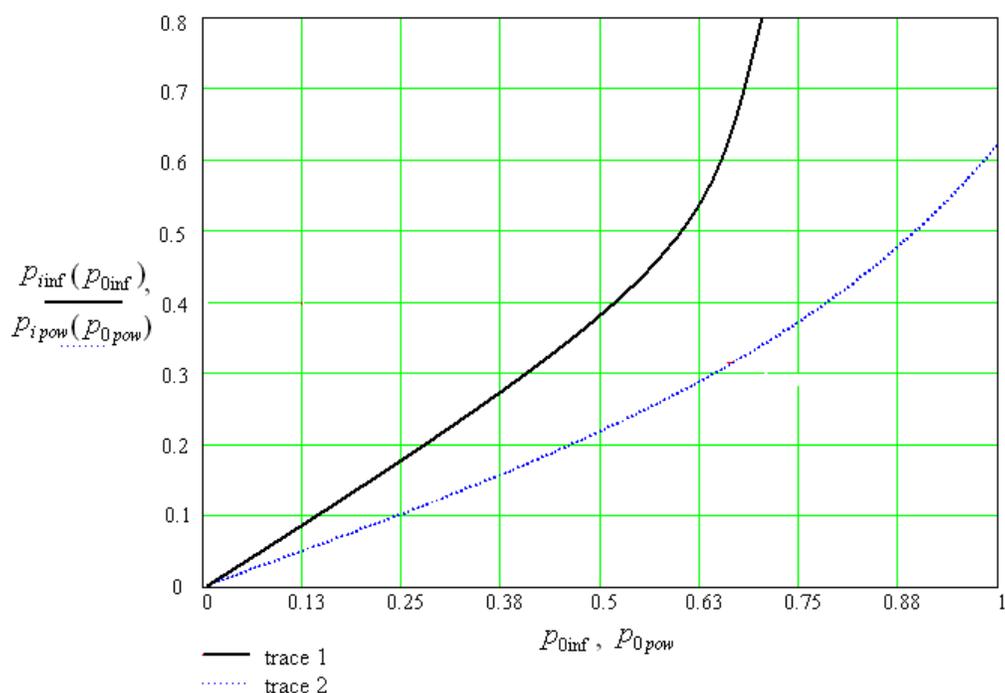


Рис. 3. Изменение вероятностей единичных информационного p_{inf} и энергетического $p_{i\text{pow}}$ запросов при увеличении параметров модели μ_{inf} , λ_{inf} , μ_{pow} , λ_{pow} и n_i

Учитывая, что возникновение информационно-энергетических потоков находится в i -ый момент времени в определенном количестве каналов n_{inf} и n_{ipow} из всего их количества

$N_{inf-pow} = n_{inf} + n_{ipow}$ и определенный характер изменений вероятностей простоя всех информационных p_{0inf} и энергетических p_{0pow} каналов (рис. 3), можно записать приближение для системы уравнений (10):

$$\begin{cases} \frac{dp_{0inf}(t)}{dt} = -\lambda_{0inf} p_{0inf}(t) + \mu p_{1inf}(t) \\ \frac{dp_{0pow}(t)}{dt} = -\lambda_{0pow} p_{0pow}(t) + \mu p_{1pow}(t) \end{cases} \quad (11)$$

Причем на рис. 3 наблюдается большая крутизна характеристики для вероятности информационных запросов p_{inf} (верхняя кривая), что обусловлено большим ростом интенсивностей запросов от информационных узлов сети. Поскольку последних значительно больше чем энергетических, тем более, что согласно принципам распределения потоков: информационный обмен в ГИЭС является двусторонним (полная дуплексная организация связей), что предусматривает коэффициент 2 в формуле (5).

Средняя задержка при ожидании определяется формулой [9]:

$$T_c = \sum_{i=1}^V \left(\frac{\lambda_i}{\mu} \right) \left[\frac{1}{\mu B_i - \lambda_i} \right], \quad (12)$$

где B_i – скорость передачи единичного канала звена сети.

Ограничение при выполнении расчетов – выполнение неравенства $0 \leq \lambda_i / \mu < B_i$ [9]. Для исследования динамики роста средней задержки T_c применяются формулу [9]:

$$\frac{dT_c}{d\lambda_i / \mu} = \frac{B_i}{f(B_i - \lambda_i / \mu)^2} \quad i = 1, n, \quad (13)$$

где $f(B_i - \lambda_i / \mu)$ – функция распределения трафика сети во времени.

Динамика роста средней задержки является положительной $\frac{dT_c}{d\lambda_i / \mu} > 0$ при всех значениях $i = 1, n$.

Для решения задачи оптимизации распределения потоков в сети ГИЭС целесообразно использовать распределение по маршрутам с каналами наименьшей длины l_i . Для этого необходимым является нахождение кратчайшего пути между узлом-источником j и узлом-адресатом k и отправление потока в этом направлении. Существует ряд эффективных алгоритмов поиска кратчайших путей w_{jh} , одним из которых является алгоритм Флойда [9]. Сущность этого метода оптимизации распределения потоков связана с сопоставлением длины с i -ым каналом, величина которой [9]:

$$l_i \cdot \Delta \frac{dT_c}{d\lambda_i / \mu} = \frac{B_i}{f(B_i - \lambda_i / \mu)^2}, \quad (14)$$

когда поток в канале равен величине λ_i / μ . Найденная в такой способ длина является линейной скоростью роста T_c при бесконечно малом увеличении потока в канале. Такие длины можно использовать для поиска потоков по кратчайшим маршрутам. Качественным показателем для оценки динамики загруженности сети ГИЭС может быть усредненные функции распределения информационных $f_{inf}(t, \lambda)$ и энергетических $f_{pow}(t, \lambda)$ потоков (рис. 4), которые характеризуют динамику роста загруженности сети ГИЭС во времени и определяются интегралом функции распределения информационно-энергетических потоков:

$$f_{inf}(t, \lambda) = - \int_t^{\Delta t} \lambda_{0inf} P_{0inf}(t, \lambda) dt, \quad (15)$$

$$f_{pow}(t, \lambda) = - \int_t^{\Delta t} \lambda_{0pow} P_{0pow}(t, \lambda) dt$$

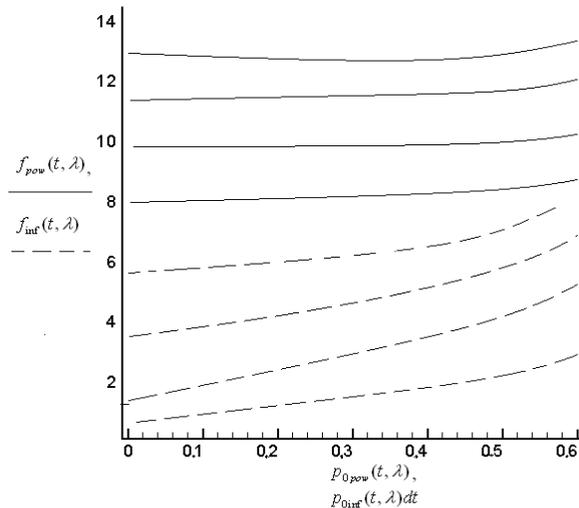


Рис. 4. График функций распределения информационных $f_{inf}(t, \lambda)$ и энергетических $f_{pow}(t, \lambda)$ потоков

Анализируя характер изменения кривых для функций распределения информационных $f_{inf}(t, \lambda)$ и энергетических $f_{pow}(t, \lambda)$ потоков (рис. 4), можно наблюдать, что динамика роста функции распределения информационных потоков является большей $f_{inf}(t, \lambda)$ (семейство 4-

х кривых, рис. 4, снизу), что подтверждают полученные результаты на рис. 3 и еще раз свидетельствуют о том, что интенсивности роста информационной составляющей ГИЭС имеют более направленный и динамичный характер.

Параллельный рост функции распределения энергетических $f_{pow}(t, \lambda)$ потоков ГИЭС свидетельствует об увеличении энергетической нагрузки со стороны конечных устройств, которые инициируют информационные запросы. Что является справедливым, поскольку увеличение информационной нагрузки и числа каналов невозможно без увеличения энергетического. Структуры всех известных ГИЭС имеют иерархический характер, т. е. все информационно-энергетические потоки сети сводятся к центру управления, который является центральным узлом сети. Поэтому можно утверждать, что наибольшая загруженность будет именно в сегменте центра управления, поскольку как интенсивности потоков λ_{0inf} , λ_{0pow} так и $p_{0inf}(t, \lambda)$, $p_{0pow}(t, \lambda)$ – функции распределения вероятностей в этом сегменте, которые для удобства проще задавать по экспоненциальным $p_{0inf}(t, \lambda) = 1 - e^{-\lambda t}$ [7] или по закону распределения Пуассона $p_{0inf}(t, \lambda) = \frac{(\lambda t)^i e^{-\lambda t}}{i!}$ [7]. Функции распределения информационно-энергетических потоков здесь также будут иметь наибольшие значения:

$$f_{inf}(t, \lambda) \rightarrow f_{inf}(t, \lambda)_{max} \quad f_{pow}(t, \lambda) \rightarrow f_{pow}(t, \lambda)_{max} . \quad (16)$$

На рис. 5 показан прирост функций распределения информационно-энергетических потоков.

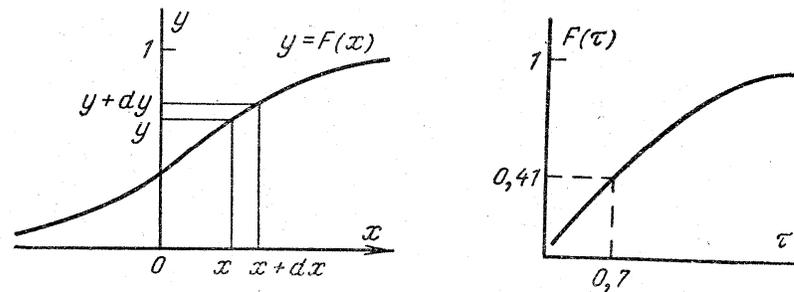


Рис. 5. График прироста функций распределения информационно-энергетических потоков

Максимумы $f_{inf}(t, \lambda)_{max}$, $f_{pow}(t, \lambda)_{max}$ будут характеризовать состояние загрузки как критическое для сети ГИЭС. Учитывая это, необходимым является использования в этих сегментах скоростных магистральных линий на основе бинарного проводника, который обеспечит как наибольшие энергетическую и информационную пропускные способности, так и высокую скорость информационной передачи, которая значительно уменьшит время задержки и соответственно уменьшит загруженность сети.

Выводы

Задача определения характера распределения потоков в геоинформационно-энергетических сетях нуждается в решении не только со стороны информационной составляющей, но и энергетической. Предложенная математическая модель позволяет вероятностными методами определить такие показатели ГИЭС, как загруженность, среднее время пребывания запросов в очереди, среднее число занятых информационно-энергетических каналов, вероятности простоя. В статье предложена математическая модель распределения информационно-энергетических потоков на основе теории сетей массового обслуживания и получены графические зависимости для основных динамических характеристик ГИЭС путем компьютерного моделирования в среде MathCAD.

Перспективним являється застосування даної моделі при проектуванні і масштабуванні геоінформаційно-енергетических мереж.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Оптико-електронна геоінформаційно-енергетична система тотального тестування і оптимального управління науково-освітніми і бібліотечними ресурсами для створення і розвитку централізованої бази знань / В. П. Кожем'яко, О. Г. Домбровський, І. Д. Івасюк, О. В. Шевченко, С. В. Дусанюк, С. С. Білан, А. В. Кожем'яко // Оптико-електронні інформаційно-енергетичні технології. – 2005. – № 1 (9). – С. 5-11. – ISSN 1681-7893.
2. Кожем'яко В. П. Оптико-електронна геоінформаційно-енергетична система управління інфраструктурою регіону / В. П. Кожем'яко, О. А. Бойко // Оптико-електронні інформаційно-енергетичні технології. – 2007. – № 1 (13). – С. 176 – 180. – ISSN 1681-7893.
3. Кожем'яко В. П. Оптико-електронна геоінформаційно-енергетична система біомедичного призначення / В. П. Кожем'яко, С. В. Павлов, О. В. Шевченко, В. В. Дмитрук // Оптико-електронні інформаційно-енергетичні технології. – 2006. № 2 (12). – С. 192 – 196.
4. Кожем'яко В. П. Методи моделювання геоінформаційно-енергетичної системи тотального тестування і оптимального управління науково-освітніми і бібліотечними ресурсами / В. П. Кожем'яко, С. В. Дусанюк, Л. О. Волонтир // Оптико-електронні інформаційно-енергетичні технології. – 2007. – №1 (13). – С. 169 – 175. – ISSN 1681-7893.
5. Шевченко О. В. Паралельно-ієрархічні методи передачі та обробки інформації у автоматизованій геоінформаційно-енергетичній системі: Дис. канд. техн. наук: 05.13.16 / Шевченко Ольга Вікторівна. – К., 2007. – 168с.
6. Кожем'яко В. П. Паралельно-ієрархічні мережі як структурно-функціональний базис для побудови спеціалізованих моделей образного комп'ютера ; [Монографія] / В. П. Кожем'яко, Л. І. Тимченко, А. А. Яровий. – Вінниця: УНІВЕРСУМ, 2005. – 160 с.
7. Коршунов Ю. М. Математические основы кибернетики: Учебное пособие для вузов 2-е изд. / Ю.М. Коршунов. – М.: Энергия, 1980. – 424 с.
8. Кожем'яко В. П. Принципи побудови та структурна організація каналів для повністю оптичних геоінформаційно-енергетических мереж / В. П. Кожем'яко, В. І. Малиновський // Вісник Вінницького політехнічного інституту. – Вінниця, ВНТУ. – 2008. – № 1. – С. 95 – 101.
9. Васильев В. И. Системы связи: Учебное пособие для вузов / В. И. Васильев, А. П. Буркин, В. А. Свириденко. – М.: Высшая школа, 1987. – 280 с.

Кожем'яко Владимир Прокофьевич – д. т. н., профессор, заведуючий кафедрою лазерної і оптикоелектронної техніки, E-mail: kvp@vstu.vinnica.ua.

Малиновський Вадим Ігоревич – аспірант, інженер кафедри лазерної і оптикоелектронної техніки, тел.: 8(0432) 58-63-25, моб.: 80977962176, E-mail: tirexlink@mail.ru .

Вінницький національний технічний університет.