

УДК 519.624:624.044:624.15

А. С. Моргун, д. т. н., проф.; И. Н. Меть

ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ КРАЕВЫХ ЗАДАЧ ПРИ ПРОЕКТИРОВАНИИ ОБЪЕКТОВ ФУНДАМЕНТОСТРОЕНИЯ

В статье исследованы современные численные методы решения краевых задач при расчете объектов фундаментостроения, выполнено сравнение с классическим расчетом в соответствии с действующими строительными нормами, для конкретного примера предложен экономически выгодный тип фундаментных конструкций.

Ключевые слова: *напряженно-деформированное состояние, грунты, численное моделирование, метод граничных элементов, метод конечных элементов, метод конечных разниц.*

Введение

Необходимость создания числовой модели объекта с недоопределенной информацией по известным методикам (математических моделях) с целенаправленным изменением параметров не вызывает сегодня сомнений.

С целью наработки приемлемого варианта инженерного решения определения напряженно-деформированного состояния (НДС) фундамента здания, рассчитано и проведено сравнение альтернативных методов расчета фундаментной конструкции по методу конечных разниц (МКР) и по упруго-пластичной модели по методу граничных элементов (МГЭ).

МГЭ использует принцип суперпозиций, поэтому его можно применять или к линейным системам, или к тем системам, которые являются линейными относительно приростов аргументов, или могут быть аппроксимированы такими. Таким образом последняя категория расширяет область применения МГЭ на многие технические задачи. В данной работе МГЭ прикладывался к задачам механики грунтов и фундаментостроения.

Параметрами моделей принимались все потенциально переменные данные о ситуации, от которой зависели результаты расчетов. В первой модели задействованы 2 параметра физико-механических характеристик грунтов (E , ρ), вторая модель является восьмипараметрической (включает 8 входных данных физико-механических характеристик основы: E , ν , c , ϕ , ρ , ρ^{\min} , ρ^{\max} , P_0).

При разработке конструктивных схем учитывались преимущества и исключались недостатки существующих модификаций расчета.

Постановка задачи, определяющие соотношения

Расчет по первой модели включает поиск НДС максимально нагруженного участка фундамента мелкого заложения.

Классический расчет ленточных фундаментов как балки на упругом основании связан с нахождением решения дифференциального уравнения ее равновесия:

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} \left[EI(x) \frac{\partial^2 w(x)}{\partial x^2} \right] + K_{II}(x) w(x) = q(x), \quad (1)$$

где $EI(x)$ – изгибаемая жесткость балки; E – модуль упругости материала балки; $I(x)$ – момент инерции поперечного сечения балки; $K_{II}(x)$ – погонный коэффициент жесткости основания; x – переменная координата по длине балки; $w(x)$ – прогиб балки в сечении с координатой x .

При свободном опирании концов балки предельные условия имеют такой вид:

$$w''(0) = 0; \quad w'''(0) = 0; \quad w''(L) = 0; \quad w'''(L) = 0. \quad (2)$$

Физическое содержание коэффициента жесткости основы $K(x)$ – это нагрузка в (кН), воздействующая на единицу площади в (м^2) и вызывающая единичное оседание в (м). Его определение связано с учетом совместной работы основ и фундаментов, поскольку оседание грунтовой основы зависит не только от вида почвы и ее состояния, но также и от формы и размеров фундамента. В работе при проведении расчетов по первой модели при определении $K_{II}(x)$ использована зависимость С. Н. Клепикова [1]:

$$K_{II}(x) = K(x) \cdot b_n; \quad (3)$$

$$K(x) = p^h / s, \quad (4)$$

где p^h – среднее давление по подошве фундамента ($p^h = q^h / b_n$); q^h – погонная нагрузка по длине фундамента от внешних усилий, вес фундамента и почвы на его уступах; s – среднее оседание ленточного фундамента по СНиП 2.02.01–83 [2]. Данный СНиП "Основания зданий и сооружений" рекомендует расчет осадок основы проводить методом послойного суммирования, хоть он основан на достаточно произвольных предположениях. Так, несмотря на сложное напряженное состояние почвы, в нем учитываются лишь вертикальные нормальные напряжения p_3 , деформируемость грунта учитывается только модулем деформаций, без коэффициента бокового расширения. Но этот метод позволяет найти нижнюю границу активной зоны основы, которой является подошва последнего слоя (H_c используется при расчетах по второй модели), и принятую величину оседания s (рис. 1).

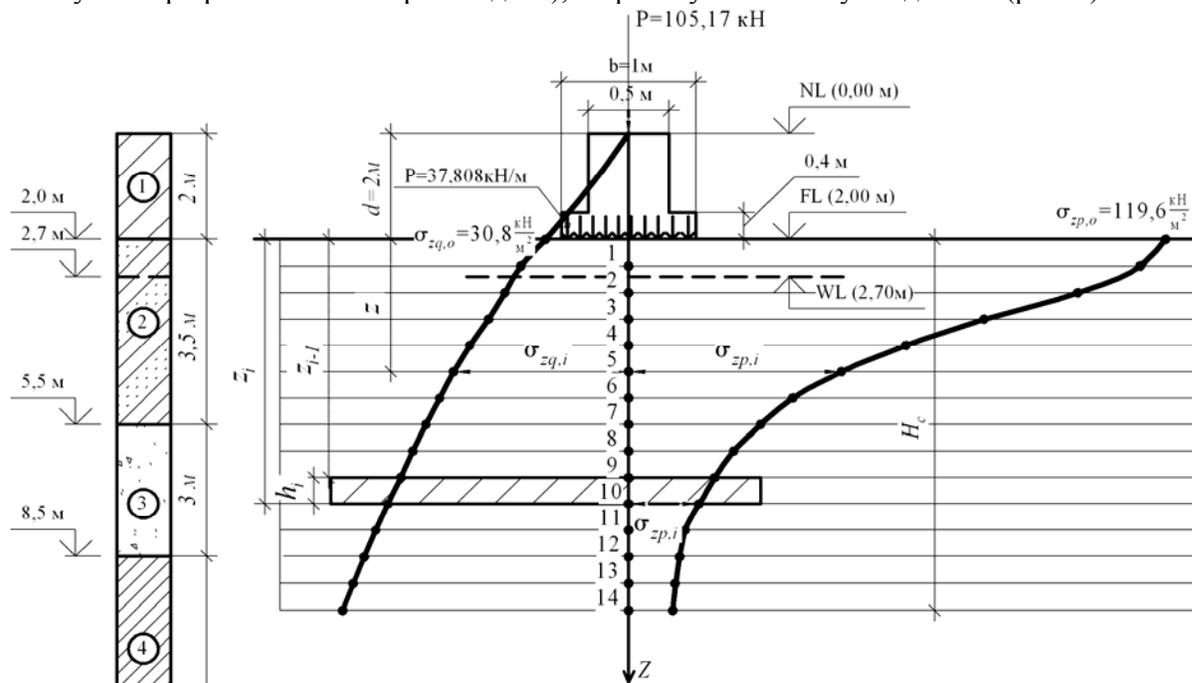


Рис. 1. Расчет оседания фундамента по методу послойного суммирования для определения коэффициента жесткости основы, где 1 – насыпная почва; 2 – супесь; 3 – песок пыlistый; 4 – глина; b – ширина фундамента; d – глубина закладки фундамента (FL) от поверхности естественного рельефа (NL); $\sigma_{zq,o}$, $\sigma_{zq,i}$ – вертикальные напряжения от собственного веса почвы под подошвой фундамента на глубине z от подошвы фундамента (естественное давление почвы); $\sigma_{zp,o}$, $\sigma_{zp,i}$ – дополнительное вертикальное давление от внешней нагрузки; H_c – толщина сжатой зоны почвы основы (активная зона)

Величина погонной нагрузки от внешних усилий q^h определена по результатам расчета
Наукові праці ВНТУ, 2009, № 3

здания по программному комплексу "ЛИРА 9.4", конечно - элементная модель подана на рис. 2. Балка на упругом основании является статически неопределенной задачей, поскольку в задачу расчета входит определение внутренних усилий и перемещений балки, которые зависят от геометрических характеристик пересечений балки. Поэтому предварительно определены размеры поперечного сечения фундаментной балки на основе линейной эпюры реактивных давлений грунта по подошве. Предыдущие размеры ленты изображены на рис. 1.

При принятии ширины фундамента мелкого заложения $b = 1,5$ м ожидаемая величина

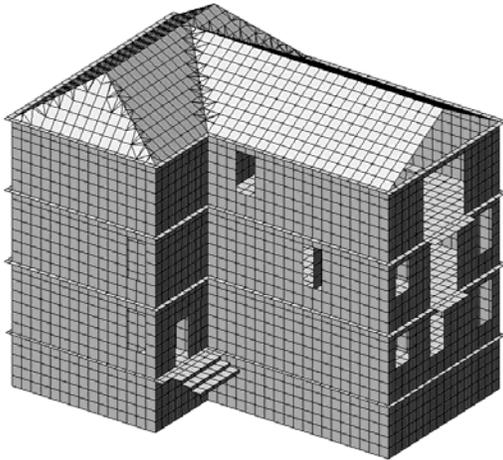


Рис. 2. Конечно - элементная модель

оседания по методу послойного суммирования составила $s = 1,14$ см. Но этот вариант фундамента требует для его возведения $103,6$ м³ бетона. При ширине фундамента $b = 1$ м оседание составляет $s = 2,018$ см и расходы бетона составляют $88,8$ м³, что является более экономным и принято в расчете.

Для числовой реализации поставленной задачи по первой модели область непрерывного изменения аргумента (длины балки l , рис. 3) заменялась дискретным множеством числом точек – узлами, сосредоточенные силы располагались на границе участков разбивки.

Аппроксимация выходного дифференциального уравнения (1) конечно - разностными аналогами приводила к системе алгебраических уравнений [3] относительно значений искомых функций в узлах сеточной области (погонных реактивных давлений грунта).

Расчет НДС ленты на упругом основании выполнялся по программе, составленной на алгоритмическом языке Delphi. Сравнением результатов расчета с разным числом участков разбивки оценивалась точность и стойкость алгоритма. Результаты расчета НДС ленты поданы на рис. 3.

Нелинейный анализ грунтовой основы выполнен по - упруго пластичной модели с использованием числового метода граничных элементов. Во второй математической модели проведен расчет фундаментной плиты $h=30$ см. Многослойная среда грунта рассматривалась как эквивалентная квазиоднородная изотропная среда, 8 входных параметров которой обобщенно описывали деформируемость грунтовой основы в активной зоне, глубиной $H_c = 10$ м, шириной $3,2$ м (рис. 5). Физические параметры состояния модели: $E = 15,27$ Мпа $\nu = 0,3112$, $c = 14,406$ кПа $\varphi = 23,47^\circ$ $\rho = 1,59$ т/м³ $\rho_{\min} = 1,378$ т/м³ $\rho_{\max} = 1,978$ т/м³, $p_0 = 1700$ кПа.

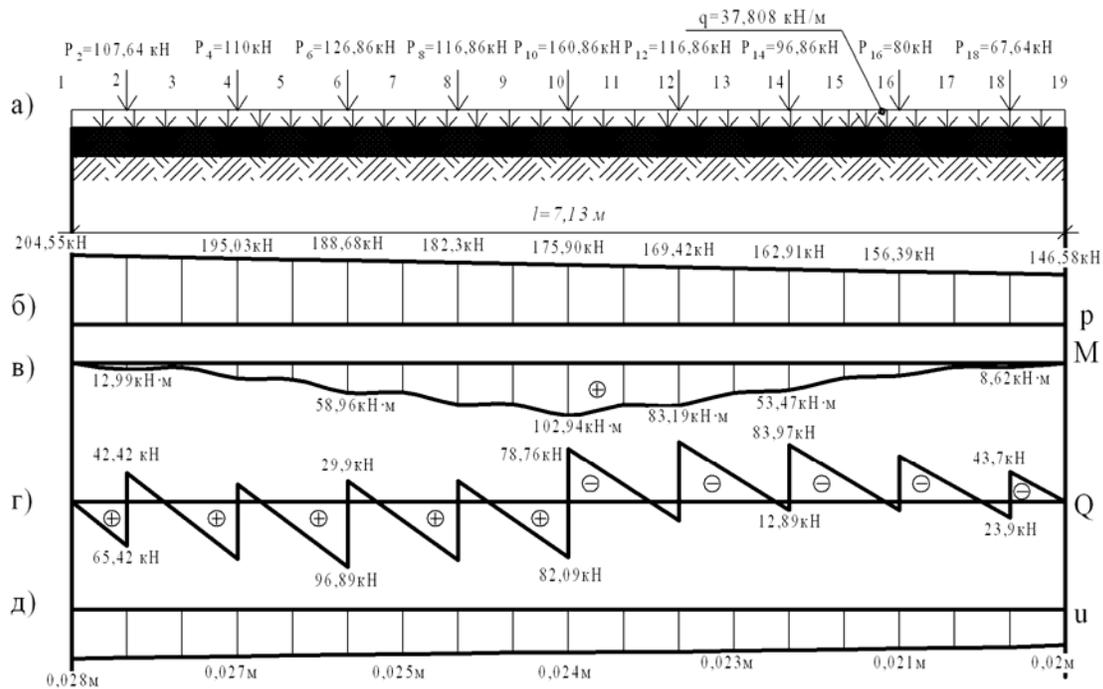


Рис. 3. К примеру расчета ленточного фундамента: а) дискретизация балки; б) эпюра реактивных давлений от нагрузки; в) эпюра изгибаемых моментов; г) эпюра поперечных сил; д) оседание основы

При исследовании поля напряжений и деформаций системы "основа-фундамент" грунт моделировался упруго - пластичным телом, к границе текучести зависимость $\sigma - \varepsilon$ принималась линейной. Тензорная форма записи интегрального предельного уравнения равновесия, которое устанавливало связь между σ и ε на границе фундаментной конструкции для полупространства, полученное К. Бреббия [5]:

$$C_{ij}U_j + \int_{\Gamma} p_{ij}^* U_{ij} d\Gamma = \int_{\Gamma} U_{ij}^* p_i d\Gamma + \int_{\Omega} \sigma^* \varepsilon_{jk}^p d\Omega, \quad (5)$$

где последняя составляющая включает интеграл по области массива почвы $d\Omega$, в котором ожидается появление пластических деформаций; ε^p – вектор пластических деформаций; σ^* – производные от фундаментальных решений Миндлина для напряжений от $P = 1$ в середине полупространства; p , u – напряжение и перемещение точек, звездочкой (*) обозначены базисные функции.

Поведение грунта в пластичной стадии описывалось инкрементальной теорией (неассоциируемым законом пластического течения), в которой принималась линейная зависимость между напряжениями σ и приростами деформаций $d\varepsilon_{ij}$

$$d\varepsilon_{ij}^p = d\lambda \frac{dF}{d\sigma_{ij}}, \quad F \neq f, \quad (6)$$

где F – пластичный потенциал (функция истории деформирования); $d\lambda$ – скалярный коэффициент простой нагрузки; σ_{ij} – тензор напряжений. Критерий перехода к предельному состоянию f описывался поверхностью текучести Мизеса – Губера – Боткина (рис. 4), которая давала соотношение между σ_m и σ_i на октаэдрической плоскости, определяя пороговый характер пластических деформаций:

$$\begin{aligned} f &= \sigma_i + \sigma_m \operatorname{tg} \psi - \tau_s & \text{при } \sigma_m \leq p_0, \\ f &= \sigma_i + p_0 \operatorname{tg} \psi - \tau_s & \text{при } \sigma_m > p_0, \end{aligned} \quad (7)$$

где σ_i – интенсивность девиатора напряжений; σ_m – гидростатическое давление; ψ τ_s – угол внутреннего трения и сцепления на октаэдрической плоскости.

Для численной реализации задачи боковая поверхность фундаментной конструкции и нижняя поверхность контакта дискретизировалась линейными элементами, околорундаментная активная

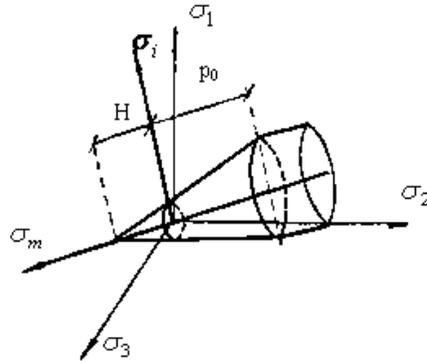


Рис. 4. Критерий текучести Мизеса – Губера – Боткина

зона грунтовой основы дискретизировалась треугольными ячейками. Схема дискретизации и графики "нагрузка-осадка" приведены на рис. 5. Вес здания, рассчитанный по современным нормативным документам по ПК "Лири", составил 5929,025 кН. Ожидаемая величина оседания здания по МГЭ (рис. 5) при плитной фундаментной конструкции $h = 30$ см составляет 2,7 см.

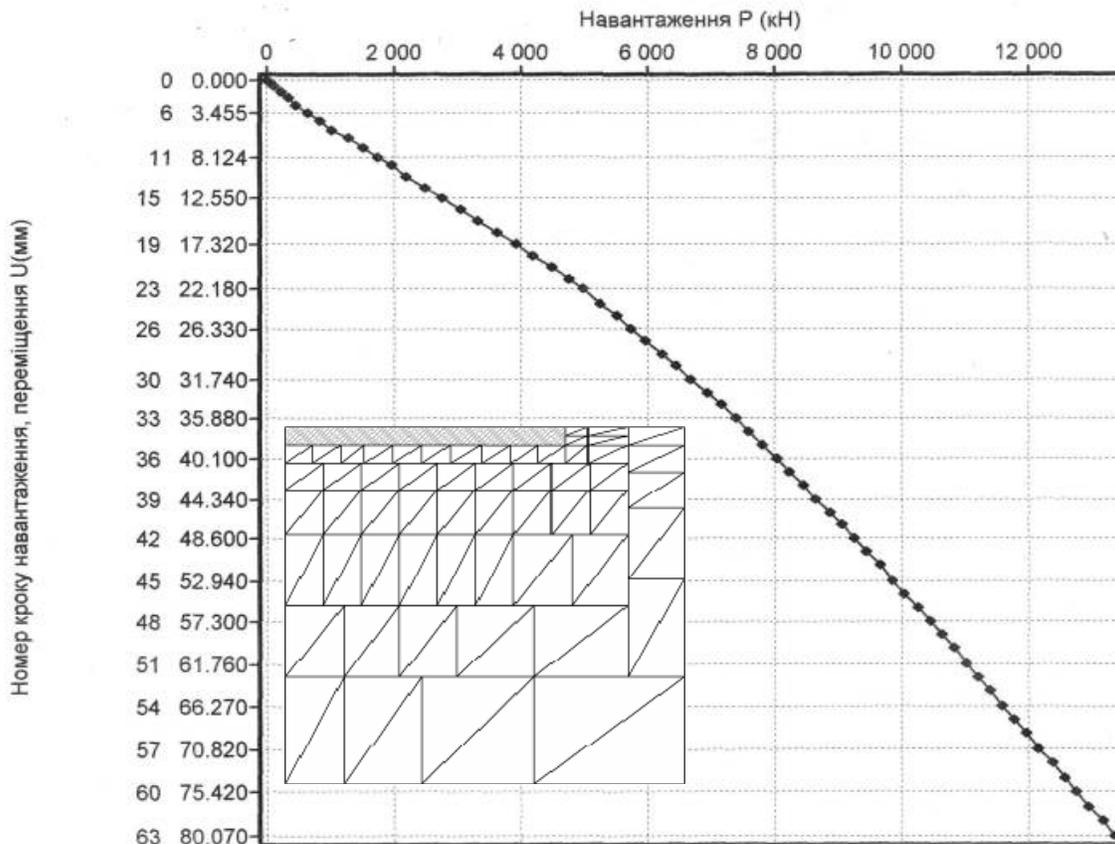


Рис. 5. График зависимости "нагрузки-оседания здания" от собственного веса

Выводы

1. При практически одинаковом оседании здания (на фундаментной плите – $s=2,63$ см, на фундаментах мелкого закладывания при ширине подошвы 1м – $s=2,71$ см) затраты бетона для возведения фундаментной плиты на 74% ($88,8 \text{ м}^3/51,05 \text{ м}^3 = 1,74$) меньше. Это позволяет именно фундаментную плиту рекомендовать в качестве фундаментной конструкции с точки зрения экономичности.
2. Современные методы численного моделирования (МСП, МГЭ, МГЭ) позволяют достоверно прогнозировать напряженно - деформированное состояние основ и фундаментов, которое согласовывается в линейной стадии с проверенными экспериментально - нормативными методиками расчета из ДБН.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Клепиков С. Н. Расчет конструкций на упругом основании. – К.: Будівельник, 1967. – 184 с.
2. СНиП 2.02.01–83. Основания зданий и сооружений. – М.: Стройиздат, 1985. – 40 с.
3. Моргун А. І., Моргун А. С. Механіка ґрунтів, підвалини та фундаменти (Розрахунок конструкцій на пружній основі). – Вінниця: ВДГУ, 1997. – 120 с.
4. Моргун А. С., Попов В. О., Меть І. М. Діагностування НДС каркасної монолітної будівлі за МСЕ та МГЕ // Вісник ВПІ. – №6. – 2007. – С. 21-24.
5. Бреббія К., Теллес Ж., Вроубел Л. Методы граничных элементов. – М.: Мир, 1987. – 524 с.

Моргун Алла Серафимовна – д. т. н., профессор, заведующий кафедрой промышленного и гражданского строительства, тел. 59-82-10, e-mail: alla@proft.com.ua.

Меть Иван Николаевич – аспирант кафедры промышленного и гражданского строительства, e-mail: van.met@mail.ru.

Винницкий национальный технический университет.