

УДК 681.518.3

В. В. Кухарчук, д. т. н., проф.; **С. Ш. Кацыв, к. т. н.**

ПРИМЕНЕНИЕ ВЕЙВЛЕТ-ПРЕОБРАЗОВАНИЙ В ЗАДАЧАХ МОНИТОРИНГА, ВИБРОДИАГНОСТИРОВАНИЯ МАШИН И ОБОРУДОВАНИЯ

В статье кратко рассмотрены основные понятия и принципы вибродиагностики машин и оборудования. Предложено использование для таких задач математического аппарата вейвлет-преобразований и проанализированы его преимущества, приведены примеры вейвлет-преобразований некоторых нестационарных сигналов.

Ключевые слова: мониторинг, вибродиагностирование, нестационарный сигнал, амплитудно-частотный спектр, вейвлет-преобразование, материнский вейвлет.

Введение

При непрерывном измерении вибрационного процесса в объекте определяют такие физические величины: *вибросмещение* (амплитуда вибрации), *виброскорость* (скорость изменения координаты), *виброускорение* (скорость изменения виброскорости) и скорость изменения виброускорения [1, 2].

В настоящее время в подавляющем большинстве применяют методы с полным размежеванием функций мониторинга и диагностики. Мониторинг включает в себя стационарно установленный на объекте сенсор вибраций и измерительный канал электрической величины с микропроцессорным управлением и обеспечивает выявление изменения виброакустического состояния объекта, выделение тех изменений, которые связаны с необратимыми изменениями его состояния, и прогнозирование развития дефектов. Задача мониторинга решается аппаратно-программными способами, а задача диагностики – программными способами, которые реализуют одну из известных информационных технологий.

Основными информационными технологиями диагностирования являются:

- *энергетическая* технология, которая базируется на измерении амплитуды (или мощности) контролируемого сигнала;
- *частотная* технология, которая анализирует амплитудно-частотный спектр сигнала;
- *фазо-временная* технология, которая базируется на сравнении формы сигналов, которые измеряются через фиксированные интервалы времени.

В этой работе рассмотрены особенности применения *частотной* технологии для мониторинга и диагностирования вибраций машин и оборудования.

Частотно-временная технология анализа нестационарных вибросигналов

В подавляющем большинстве существующих методов вибродиагностики предполагают, что контролируемый сигнал вибрации вращающейся машины *стационарен*, то есть его амплитудно-частотный спектр не изменяется во времени [2].

Вместе с тем, если сигнал измеряется на протяжении длительного времени (то есть имеет место его мониторинг), то за это время в результате износа отдельных деталей (или по иным причинам) в конструкции машины могут происходить локальные деформации, которые в свою очередь приводят к изменениям амплитудно-частотного спектра вибросигнала. Поэтому целесообразно считать, что в общем случае контролируемый сигнал вибрации какого-либо узла машины *нестационарен*, то есть его амплитудно-частотный спектр изменяется во времени.

График амплитудно-частотного спектра нестационарного сигнала будет уже не

двумерным, а трехмерным. Пример такого графика дискретного амплитудно-частотного спектра приведен на рис. 1.

Считая, что вибросигнал стационарный, его амплитудно-частотные спектры можно определить при помощи обычного преобразования Фурье, что и выполняется обычно в системах диагностирования. Напомним, что Фурье-спектр $f(\omega)$ одномерного сигнала $f(t)$ задается формулой

$$f(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t)e^{-i\omega t} dt, \quad (1)$$

и не позволяет локализовать возможные изменения частоты во времени.

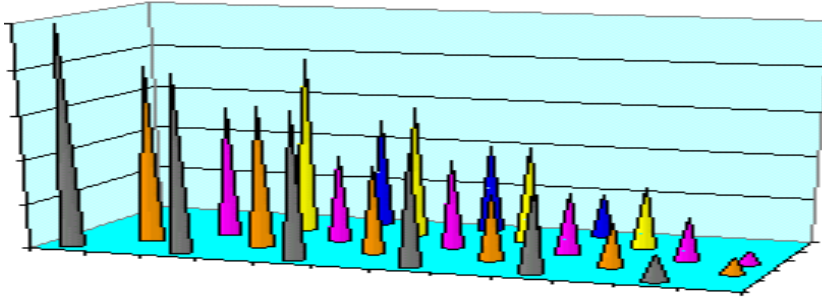


Рис. 1. Трехмерный график дискретного амплитудно-частотного спектра (по горизонтальным осям откладывается частота и время, по вертикальной – амплитуда)

Очевидно, что если мы хотим объединить функции мониторинга и диагностирования в одну систему, то необходимо применить преобразование, которое бы обеспечивало непрерывное определение амплитудно-частотного спектра сигнала во времени.

Одним из таких преобразований является так называемое *оконное преобразование Фурье* (ОПФ), которое иногда еще называют *взвешенным преобразованием Фурье*. Сигнал $f(t)$ анализируется лишь в границах некоторого окна, для чего $f(t)$ умножается на функцию с компактным носителем, например, $g(t) = \theta(t - t_1)\theta(t_2 - t)$, где θ – обычная ступенчатая функция, отличная от нуля лишь при положительных значениях аргумента, t_1, t_2 – моменты начала и конца сигнала, которые задаются выбором окна.

В этом случае

$$f(m, n) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t)g(t)e^{-i\omega t} dt, \quad (2)$$

или в дискретизированной форме

$$f(m, n) = \int f(t)g(t - nt_0)e^{-im\omega_0 t} dt, \quad (3)$$

где $\omega_0, t_0 > 0$ фиксированы, а m, n – числа, которые определяют масштаб и положение.

Функция $g(t)$ может иметь и иной вид, главное, чтобы она имела компактный носитель [3, 4].

С помощью ОПФ сигнал оказывается локализованным во времени, но при этом окно имеет фиксированный размер, что является основным недостатком этого преобразования. Дело в том, что на частотно-временные преобразования распространяется действие общеизвестного *принципа неопределенности Гейзенберга*, что в нашем случае формулируется так: *ни для какого фиксированного момента времени невозможно определить, какие спектральные компоненты содержатся в сигнале*.

Исходя из этого принципа, можем определять лишь *временные интервалы*, на протяжении которых сигнал содержит *полосы частот*.

Отсюда вытекает, что, если размер окна (то есть временной интервал) будет малым, и это

указывает на высокую временную локализацию спектра, то полоса частот будет очень размытой, и наоборот, более точное определение спектральных компонент требует большого окна [3, 4].

Реальные нестационарные сигналы чаще всего состоят из кратковременных высокочастотных и длительных низкочастотных компонентов, поэтому для их анализа целесообразно было бы применять преобразование, которое бы обеспечивало различные окна для различных частот (узкие – для высоких частот и широкие – для низких).

Этим условиям отвечает *вейвлет-преобразование*.

На вербальном уровне его можно представить как передвижение некоторой аналитической функции (так называемого *материнского вейвлета*) вдоль оси времени и ее взаимодействие с контролируемым сигналом. Материнскими вейвлетами могут быть различные функции, как-то вейвлеты Хаара, Шеннона, Добеши, Мейера, “мексиканская шляпа” и т. д.

Если обозначить материнский вейвлет как $\psi(t)$, то вейвлет-преобразование сигнала $f(t)$ с масштабным параметром s и временным сдвигом τ определяется как

$$Wf(\tau, s) = \frac{1}{\sqrt{s}} \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) \psi^* \left(\frac{t - \tau}{s} \right) dt, \quad (4)$$

где ψ^* – сопряженный материнский вейвлет [3 – 5].

Если сигнал $f(t)$ задан в аналитическом виде, то формула (4) отображает *непрерывное* вейвлет-преобразование (НВП) сигнала $f(t)$.

Очевидно, что областью определения функции $Wf(\tau, s)$ есть множество всех возможных комбинаций s и τ .

Масштабный параметр s является в сущности величиной, обратной частоте. Поскольку он находится в знаменателе, то $s > 1$ растягивает сигнал, а $s < 1$ сжимает его.

Алгоритм вычисления НВП достаточно простой. Сначала исследователь выбирает материнский вейвлет, а дальше для всех точек области определения исчисляется $Wf(\tau, s)$.

Таким образом получается матрица значений вейвлет-коэффициентов для всех комбинаций s, τ .

Рассмотрим примеры. Пусть сигнал (рис. 2), частота которого постоянно уменьшается, аналитически задан в виде

$$f(t) = 0.5 \sin \left(\frac{2\pi\sqrt{t}}{10} \right). \quad (5)$$

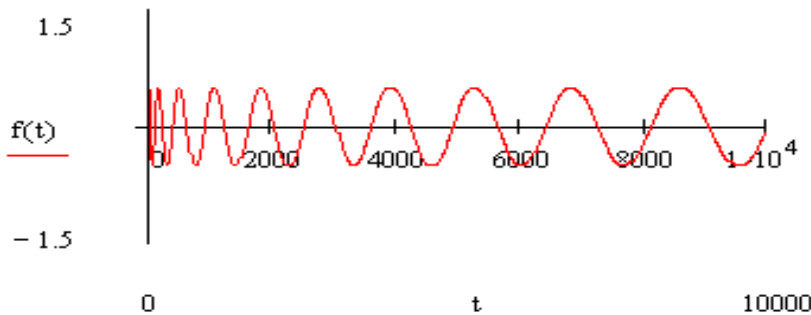


Рис. 2. График сигнала с уменьшающейся частотой

Выполним вейвлет-преобразование этого сигнала. Материнским вейвлетом выберем функцию

$$\psi(t) = \left(1 - t^2\right) e^{-\frac{t^2}{2}}, \quad (6)$$

которая называется “мексиканской шляпой” (рис. 3) и часто применяется для вейвлет-преобразований.

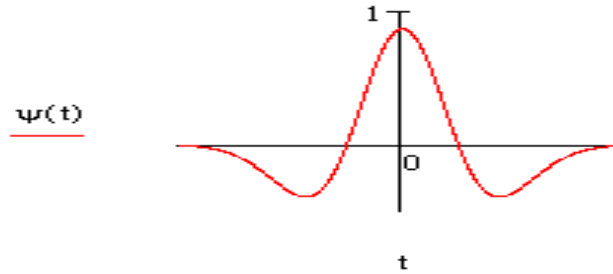


Рис. 3. График материнского вейвлета “мексиканская шляпа”

Определим для этого сигнала матрицу вейвлет-коэффициентов.

Разумеется, ранг этой матрицы должен быть конечным, поэтому масштабный параметр s и временный сдвиг τ задаются с определенным шагом.

Расчеты в этом и дальнейших примерах выполняются в среде MathCAD, листинг приведен ниже.

$$\text{МНАТ}(t) := \frac{d^2}{dt^2} \exp\left(\frac{-t^2}{2}\right) \quad \Psi(a, b, t) := \text{МНАТ}\left(\frac{t - b}{a}\right)$$

$$W(a, b) := \int_{-25}^{25} \Psi(a, b, t) \cdot \frac{1}{\sqrt{a}} \cdot f(t) dt$$

$$i := 0..10 \quad b := 0..25 \quad a_i := \frac{(i + 15)^2}{10^2}$$

$$N_{i, b} := W[a_i, 2 \cdot b - 25]$$

Трехмерный график матрицы вейвлет-коэффициентов N изображен на рис. 4.

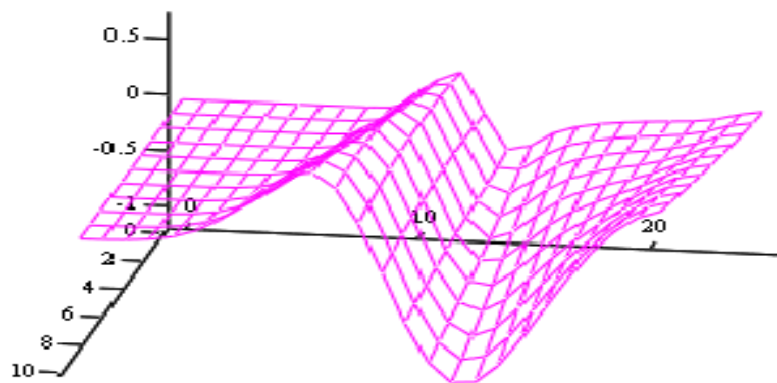


Рис. 4. График непрерывного вейвлет-преобразования сигнала с уменьшающейся частотой

Особенностью графиков вейвлет-преобразований является то, что на горизонтальных осях откладываются время и масштабный параметр (вместо частоты).

Рассмотрим теперь сигнал (рис. 5), частота которого постоянно возрастает, заданный в виде

$$f(t) = \sin\left(\frac{2\pi t^{1.5}}{50}\right). \quad (7)$$

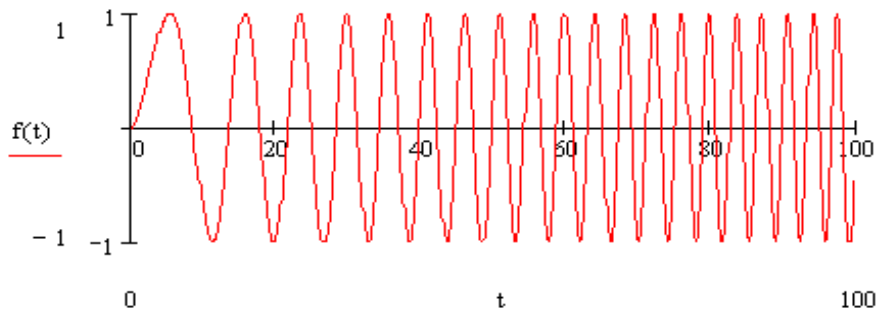


Рис. 5. График сигнала с увеличивающейся частотой

Используя такой же материнский вейвлет и тот же алгоритм, проведем НВП и построим график (рис. 6).

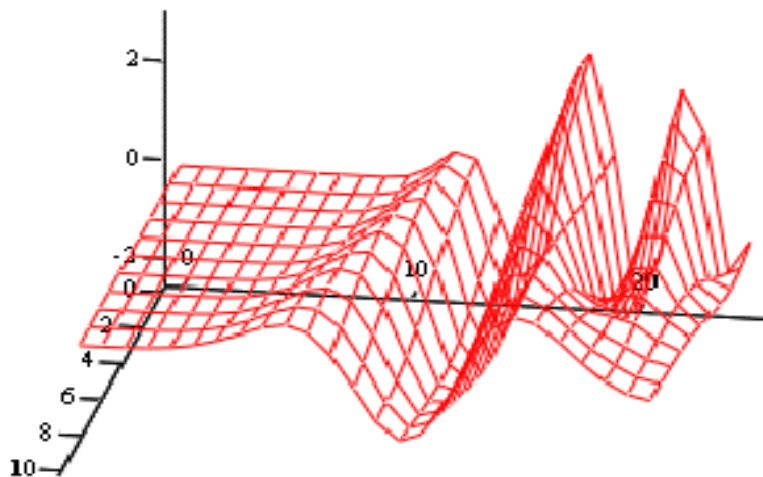


Рис. 6. График непрерывного вейвлет-преобразования сигнала с увеличивающейся частотой

К сожалению, реальные сигналы (в частности, вибросигналы), невозможно представить в аналитическом виде. Они поступают от сенсоров в виде числовых последовательностей через определенные промежутки времени и по своей природе *дискретны*. В таких случаях применяют *дискретное вейвлет-преобразование* (ДВП) с помощью численных алгоритмов [3 – 6].

В этой статье мы не будем подробно рассматривать такие алгоритмы, отметим только, что входными данными для них являются вектор контролируемого сигнала и вектор коэффициентов, соответствующих определенному материнскому вейвлету.

Рассмотрим пример. Пусть задан дискретный сигнал (рис. 7). С помощью ДВП определим его матрицу вейвлет-коэффициентов.

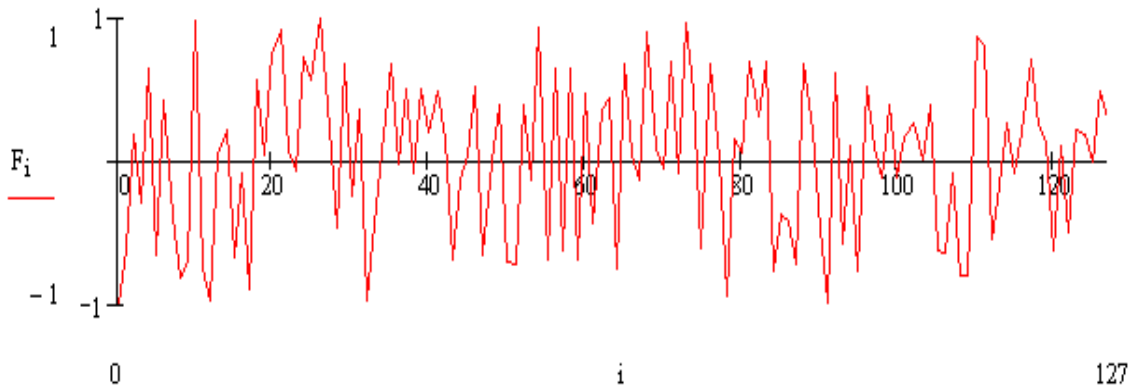


Рис. 7. График случайного сигнала

Расчеты проведем в среде MathCAD с помощью встроенной функции “*Wave*”, которая реализует один из численных алгоритмов ДВП на основе материнского вейвлета Добеши.

$$\begin{aligned}
 W &:= \text{wave}(F) & k &:= 1..6 \\
 \text{coeffs}(\text{level}) &:= \text{submatrix}\left(W, 2^{\text{level}}, 2^{\text{level}+1} - 1, 0, 0\right) \\
 C_{i,k} &:= \text{coeffs}(k) \left[\begin{array}{c} i \\ \text{floor}\left(\frac{128}{2^k}\right) \end{array} \right]
 \end{aligned}$$

График матрицы вейвлет-коэффициентов *C* показан на рис. 8.



Рис. 8. График дискретного вейвлет-преобразования случайного сигнала

Из рис. 8 видно, что вследствие действия принципа неопределенности Гейзенберга мы не можем обнаружить точные спектральные характеристики сигнала в каждый момент времени. Вместе с тем, нам известны полосы частот в определенных интервалах времени.

Выводы

1. Для анализа нестационарных вибросигналов целесообразно применять математический аппарат вейвлет-преобразований;
2. В зависимости от возможного спектрального состава вибросигнала при применении ДВП следует ответственно относиться к выбору материнского вейвлета и численного алгоритма.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Коллакот Р. А. Диагностика повреждений / Коллакот Р. А.; пер с англ. – М.: Мир, 1989. – 512 с.
2. Александров А. А. Вибрация и вибродиагностика судового электрооборудования / Александров А. А., Барков А. В., Баркова Н. А., Шафранский В. А. – Изд. “Судостроение”, Ленинград, 1986.
3. Малла С. Вэйвлеты в обработке сигналов / Малла С.; пер. с англ. – М.: Мир, 2005. – 671 с., ил. – ISBN 5-03-003691-1
4. Блаттер К. Вэйвлет-анализ. Основы теории. / К. Блаттер. – Москва, 2004. – 280 с. – ISBN 5-94836-033-4
5. Чуи Ч. Введение в вэйвлеты / Чуи Ч.; пер. с англ. – М.: Мир, 2001. – 412 с., ил. – ISBN 5-03-003397-1
6. Дремин И. М.. Вейвлеты и их использование / И. М. Дремин, О. В. Иванов, В. А. Нечитайло // Успехи физических наук. – 2001. – Том 171, №5. – С. 465-501.

Кухарчук Василий Васильевич – д. т. н., профессор, заведующий кафедры теоретической электротехники и электрических измерений, тел.: (0432)-598444.

Кацыв Самоил Шулимович – к. т. н., доцент кафедры теоретической электротехники и электрических измерений, тел.: (0432)-598444.

Винницкий национальный технический университет.