

УДК 621.317.41

И. Симачиу, к. физ. н.; З. Борсос; Г. Бадэру, д. т. н., доц.;
М. Агоп, д. физ. н., проф.

ТЕНЗОРЫ ДИЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ И МАГНИТНОЙ ПРОНИЦАЕМОСТИ ВАКУУМА В ПРИСУТСТВИИ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ПОЛЯ

В этой статье выводятся выражения для составляющих тензоров магнитной и диэлектрической проницаемости вакуума, создаваемых электромагнитным фоновым излучением. Для достижения этой цели мы начинаем с выражений для указанных тензоров при их модификации электромагнитным полем, полученных Эйлером и Кокелем. Эти отношения конкретизируются для плоской поляризованной электромагнитной волны, электромагнитной волны, имеющей определенное направление, и монохроматической фоновой волны. В присутствии электромагнитных волн вакуум является неоднородным и анизотропным. В присутствии фона монохроматических электромагнитных волн вакуум является однородным и изотропным.

Ключевые слова: вакуум, тензор диэлектрической проницаемости, тензор магнитной проницаемости, электромагнитное поле

Введение

В присутствии электромагнитного поля вакуум становится неоднородным и анизотропным. В квантовой электродинамике этот феномен известен как эффект нелинейности состава электромагнитных полей, который является результатом явления вакуумной поляризации (фотон-фотонное взаимодействие).

Авторами работы, в которой впервые были получены выражения диэлектрической и магнитной проницаемости для полей относительно низкой напряженности, были Эйлер и Кокель [1, 2]. Использование лазерного излучения, обнаружение фона равновесного космического излучения, тепловое излучение при $T = 2,7\text{K}$ [3] и космическое высокоэнергетическое электромагнитное излучение определили необходимость исследования этого процесса, в том числе для высокой интенсивности излучения, в отношении явлений автофокусирования [4, 3, 6] и разрушения радиационного луча.

В статье предлагается выведение выражений для тензоров диэлектрической и магнитной проницаемости, создаваемых электромагнитными волнами и фоном монохроматического электромагнитного излучения.

В первой части статьи выводятся выражения для составляющих тензоров диэлектрической и магнитной проницаемости вакуума в присутствии электромагнитных волн. Во второй и третьей частях мы находим выражения для компонентов этих же тензоров и коэффициентов преломления для плоской волны, поляризованной в определенном направлении. Целью четвертой части является получение зависимостей, необходимых для расчета параметров вакуума в присутствии фона монохроматических электромагнитных волн.

Тензоры диэлектрической и магнитной проницаемости вакуума, модифицированные электромагнитной волной

В присутствии электромагнитного поля вакуум становится неоднородным и анизотропным [3], что дает в результате следующие зависимости между величинами, которые характеризуют поле:

$$D_i = \varepsilon_{ik} E_k, \quad (1)$$

$$B_i = \mu_{ik} H_k. \quad (2)$$

Тензоры диэлектрической и магнитной проницаемости имеют вид:

$$\varepsilon_{ik} = \delta_{ik} + a \left[2(\varepsilon_0 E^2 - \mu_0 H^2) \delta_{ik} + 7(\mu_0 H_i H_k) \right] + \dots, \quad (3)$$

$$\mu_{ik} = \delta_{ik} + a \left[2(-\varepsilon_0 E^2 + \mu_0 H^2) \delta_{ik} + 7(\varepsilon_0 E_i E_k) \right] + \dots. \quad (4)$$

Постоянная a описывается выражением

$$a = 4e^4 \hbar / (45 m^4 c^7), \quad (5)$$

где $e^2 = q_e^2 / (4\pi\varepsilon_0)$, q_e – это заряд электрона и m – масса электрона..

Обратная постоянная величина

$$\frac{1}{a} = \left(\frac{45}{4} \right) \left(\frac{e^2}{\hbar c} \right) \frac{mc^2}{[e^2 / (mc^2)]^3} \cong \frac{mc^2}{[e^2 / (mc^2)]^3} \cong 10^{29} \text{ Jm}^{-3} \quad (6)$$

представляет плотность энергии электрона (в классической модели) или плотность энергии электрического поля, возбуждаемой электроном на равном расстоянии, с классическим радиусом $r_e \cong e^2 / (mc^2)$.

Отметим, что для электромагнитного поля с источниками эти два тензора будут различными, $\varepsilon_{ij} \neq \mu_{ij}$, потому что $\varepsilon_0 E^2 \neq \mu_0 H^2$.

Для плоской электромагнитной волны плотность энергии электромагнитного поля равна плотности энергии магнитного поля и равна половине плотности энергии волны.

$$w/2 = \varepsilon_0 E^2 / 2 = \mu_0 H^2 / 2. \quad (6a)$$

Подставив выражение (6) в выражения (3) и (4), получим

$$\varepsilon_{ik} = \delta_{ik} + 7a(\mu_0 H_i H_k), \quad (7)$$

$$\mu_{ik} = \delta_{ik} + 7a(\varepsilon_0 E_i E_k). \quad (8)$$

В электромагнитной волне векторы $\vec{E}$ и $\vec{H}$ являются функциями положения и времени

$$\vec{E} = \vec{E}_0 \sin(\omega t - \vec{k}\vec{r}), \quad \vec{H} = \vec{H}_0 \sin(\omega t - \vec{k}\vec{r}), \quad (9)$$

и тензоры диэлектрической и магнитной проницаемости являются также функциями положения и времени: $-\sin^2(\omega t - \vec{k}\vec{r})$. Для стационарной волны зависимости положения и времени описываются функциями $\cos(\vec{k}\vec{r})\sin(\omega t)$ и $\cos^2(\vec{k}\vec{r})\sin^2(\omega t)$ соответственно.

Вакуум в присутствии плоской поляризованной волны

Рассмотрим монохроматическую плоскую поляризованную волну ($E = E_0 \sin(\omega t - \vec{k}\vec{r})$, $H = H_0 \sin(\omega t - \vec{k}\vec{r})$), которая распространяется в направлении Ox_j ($x_1 = x, x_2 = y, x_3 = z$), и поляризованную плоскость, которая вращается под углом ψ относительно осей Ox_i . Эта волна делится на две монохроматические волны, которые распространяются в одном направлении (Ox_j) с одинаковой скоростью (c) и имеют плоскости поляризации в направлении оси, перпендикулярной Ox_j , т. е. Ox_i (волна, которой соответствуют составляющие $E_i = E \cos \psi$ и $H_k = H \cos \psi$) и Ox_k (волна, которой соответствуют составляющие $E_k = E \sin \psi$ и $H_i = -H \sin \psi$). В связи с этим недиагональные составляющие тензоров (7) и (8) будут равны:

$$\varepsilon_{ik} = 7a(\mu_0 H_i H_k) = \mu_{ik} = 7a(\varepsilon_0 E_i E_k) = 7a(\varepsilon_0 E^2 \sin \psi \cos \psi), \quad i, k \neq j, \quad (10a)$$

$$\varepsilon_{ij} = \mu_{ij} = 0, i \neq j, \quad (10b)$$

где $cB_i = E_k$ и $cB_k = E_i$, $i, k \neq j$.

В этом случае диагональные составляющие имеют вид:

$$\varepsilon_{jj} = \mu_{jj} = 1, \quad (11a)$$

$$\begin{aligned} \varepsilon_{ii} = 1 + 7a(\mu_0 H_i^2) = 1 + 7a(\mu_0 H^2 \sin^2 \psi), \mu_{ii} = 1 + 7a(\varepsilon_0 E_i^2) = \\ 1 + 7a(\varepsilon_0 E^2 \cos^2 \psi), \varepsilon_{ii} = \mu_{kk}, i \neq k \neq j. \end{aligned} \quad (11b)$$

Показатели преломления, вызванного волной, в главных направлениях имеют вид:

$$n_j = \sqrt{\varepsilon_{ii} \mu_{kk}} = \sqrt{\varepsilon_{kk} \mu_{ii}} \neq 1, \quad (12a)$$

$$n_i = \sqrt{\varepsilon_{jj} \mu_{kk}} = \sqrt{\varepsilon_{kk} \mu_{jj}} \neq 1. \quad (12b)$$

Подставив формулы (11) составляющих тензоров, получим выражения

$$n_j = \sqrt{\varepsilon_{ii} \mu_{kk}} = 1 + 7a(\mu_0 H_i^2) = 1 + 7a(\varepsilon_0 E_k^2), \quad (13a)$$

$$n_i = \sqrt{\mu_{kk}} = \sqrt{\varepsilon_{kk}} = \sqrt{1 + 7a(\varepsilon_0 E_k^2)} = \sqrt{1 + 7a(\mu_0 H_k^2)} \quad (13b)$$

для показателей преломления.

Вакуум в присутствии монохроматической волны определенного направления

Рассмотрим монохроматическую плоскую волну, характеризуемую векторами волны $\vec{k} = k\vec{\kappa}$ с составляющими вектора $\vec{\kappa}$:

$$\kappa_x = \sin \theta \cos \varphi, \kappa_y = \sin \theta \sin \varphi, \kappa_z = \cos \theta, \quad (17)$$

а также вектором электрического поля $\vec{E} = E\vec{e}$ и вектором магнитного поля $\vec{H} = H\vec{h}$. Волна является плоскополяризованной. Векторы $\vec{e}$ и $\vec{h}$ содержат следующие составляющие:

$$e_x = -\frac{\sqrt{\cos(2\psi) - \cos(2\theta)} \csc \theta \sin \varphi}{\sqrt{2}} - \cos \theta \cos \varphi \sin \psi, \quad (18a)$$

$$e_y = \frac{\sqrt{\cos(2\psi) - \cos(2\theta)} \csc \theta \cos \varphi}{\sqrt{2}} - \cot \theta \sin \varphi \sin \psi, \quad (18b)$$

$$e_z = \sin \psi \quad (18c)$$

$$h_x = \csc \theta \sin \varphi \sin \psi - \frac{\sqrt{\cos(2\psi) - \cos(2\theta)} \cot \theta \cos \varphi}{\sqrt{2}}, \quad (18d)$$

$$h_y = -\frac{\sqrt{\cos(2\psi) - \cos(2\theta)} \cot \theta \sin \varphi}{\sqrt{2}} - \csc \theta \cos \varphi \sin \psi, \quad (18f)$$

$$h_z = \frac{\sqrt{\cos(2\psi) - \cos(2\theta)}}{\sqrt{2}}. \quad (18g)$$

Включая их, составляющие векторов $\vec{E} = E\vec{e}$ и $\vec{H} = H\vec{h}$ имеют вид:

$$E_x = Ee_x, E_y = Ee_y, E_z = Ee_z, \quad (20a)$$

$$H_x = Hh_x, H_y = Hh_y, H_z = Hh_z. \quad (20b)$$

Подставив составляющие двух векторов, заданных отношениями (19) и (20), в формулы составляющих тензоров диэлектрической и магнитной проницаемости, заданных (7) и (8), получаем:

$$\varepsilon_{xx} = 1 + 7a(\mu_0 H_x^2) = 1 + 7a\mu_0 H^2 h_x^2, \quad (21a)$$

$$\varepsilon_{yy} = 1 + 7a(\mu_0 H_y^2) = 1 + 7a\mu_0 H^2 h_y^2, \quad (21b)$$

$$\varepsilon_{zz} = 1 + 7a(\mu_0 H_z^2) = 1 + \frac{7}{2}a\mu_0 H^2 [\cos(2\psi) - \cos(2\theta)], \quad (21c)$$

$$\varepsilon_{xy} = \varepsilon_{yx} = 7a(\mu_0 H_x H_y) = 7a\mu_0 H^2 (h_x h_y), \quad (21d)$$

$$\varepsilon_{xz} = 7a(\mu_0 H_x H_z) = 7a\mu_0 H^2 \left\{ \frac{\csc \theta \sin \varphi \sin \psi \sqrt{\cos(2\psi) - \cos(2\theta)}}{\sqrt{2}} - \frac{[\cos(2\psi) - \cos(2\theta)] \cot \theta \cos \varphi}{2} \right\} = \varepsilon_{zx}, \quad (21e)$$

$$\varepsilon_{yz} = 7a(\mu_0 H_y H_z) = 7a\mu_0 H^2 \left\{ -\frac{[\cos(2\psi) - \cos(2\theta)] \cot \theta \sin \varphi}{2} - \frac{\csc \theta \cos \varphi \sin \psi \sqrt{\cos(2\psi) - \cos(2\theta)}}{\sqrt{2}} \right\} = \varepsilon_{zy}, \quad (21f)$$

$$\mu_{xx} = 1 + 7a(\varepsilon_0 E_x^2) = 1 + 7a\varepsilon_0 E^2 (e_x^2), \quad (21g)$$

$$\mu_{yy} = 1 + 7a(\varepsilon_0 E_y^2) = 1 + 7a\varepsilon_0 E^2 (e_y^2), \quad (21h)$$

$$\mu_{zz} = 1 + 7a(\varepsilon_0 E_z^2) = 1 + 7a\varepsilon_0 E^2 \sin^2 \psi, \quad (21i)$$

$$\mu_{xy} = \mu_{yx} = 7a(\varepsilon_0 E_x E_y) = 7a\varepsilon_0 E^2 (e_x e_y), \quad (21j)$$

$$\mu_{xz} = 7a(\varepsilon_0 E_x E_z) = 7a\varepsilon_0 E^2 \left\{ -\frac{\sqrt{\cos(2\psi) - \cos(2\theta)} \csc \theta \sin \varphi \sin \psi}{\sqrt{2}} - \cos \theta \cos \varphi \sin^2 \psi \right\} = \mu_{zx}, \quad (21k)$$

$$\mu_{yz} = 7a(\varepsilon_0 E_y E_z) = 7a\varepsilon_0 E^2 \left\{ \frac{\sqrt{\cos(2\psi) - \cos(2\theta)} \csc \theta \cos \varphi \sin \psi}{\sqrt{2}} - \cot \theta \sin \varphi \sin^2 \psi \right\} = \mu_{zy}. \quad (21m)$$

В результате можно сделать вывод, что в присутствии волны вакуум является неоднородным и анизотропным.

Для $\kappa_x = \kappa_y = 0$ и $\kappa_z = 1$ соответственно $\varphi = 0$ и $\theta = \pi/2$, что является результатом, полученным для поляризованной волны, которая распространяется в направлении Ox .

Однородный и изотропный фон монохроматических электромагнитных волн

Однородный и изотропный фон монохроматических волн достигается наложением волн и фронта векторов $\vec{k}$ по всем направлениям с одинаковой вероятностью. В этом случае составляющие тензоров диэлектрической и магнитной проницаемости получаем усреднением формул (20) и (21) в соответствии со следующими определениями:

$$\langle \varepsilon_{ik} \rangle = \frac{1}{8\pi} \left(\int_0^\pi \int_0^\pi \int_0^{2\pi} \varepsilon_{ik} \sin \psi \sin \theta d\psi d\theta d\varphi \right) = \delta_{ik} + \left(\frac{7a\mu_0}{8\pi} \right) \left(\int_0^\pi \int_0^\pi \int_0^{2\pi} H_i H_k \sin \psi \sin \theta d\psi d\theta d\varphi \right), \quad (22a)$$

$$\langle \mu_{ik} \rangle = \frac{1}{8\pi} \left(\int_0^\pi \int_0^\pi \int_0^{2\pi} \mu_{ik} \sin \psi \sin \theta d\psi d\theta d\varphi \right) = \delta_{ik} + \left(\frac{7a\varepsilon_0}{8\pi} \right) \left(\int_0^\pi \int_0^\pi \int_0^{2\pi} E_i E_k \sin \psi \sin \theta d\psi d\theta d\varphi \right). \quad (22b)$$

Подставив выражения (20) и (21) в определения (22), получаем следующие формулы:

$$\langle \varepsilon_{xx} \rangle = \langle \varepsilon_{yy} \rangle = \langle \varepsilon_{zz} \rangle = 1 + \frac{7}{3} a\mu_0 H^2 = 1 + \frac{7}{3} aw, \quad (23a)$$

$$\langle \varepsilon_{xy} \rangle = \langle \varepsilon_{xz} \rangle = \langle \varepsilon_{yz} \rangle = 0, \quad (23b)$$

$$\langle \mu_{xx} \rangle = \langle \mu_{yy} \rangle = \langle \mu_{zz} \rangle = 1 + \frac{7}{3} a\varepsilon_0 E^2 = 1 + \frac{7}{3} aw, \quad (23c)$$

$$\langle \mu_{xy} \rangle = \langle \mu_{xz} \rangle = \langle \mu_{yz} \rangle = 0. \quad (23d)$$

В выражениях (23) плотность энергии w является средней плотностью во времени и пространстве. Используя эти значения составляющих тензоров, мы можем вычислить показатель преломления. Подставив выражения (23) в выражение (12) показателя преломления мы можем получить

$$n = 1 + \frac{7}{3} aw. \quad (24)$$

Отсюда следует, что вакуум в присутствии фона электромагнитных волн произвольного направления является однородным и изотропно-оптическим. Этот результат аналогичен результату, полученному в статьях [5, 6, 7] для полей любой интенсивности в рамках квантовой электродинамики.

Выводы

В соответствии с классической и квантовой теориями вакуум – это физическая система, которую можно моделировать. При взаимодействии с материей (вещество и физическое поле) свойства вакуума модифицируются. В этой статье мы продемонстрировали, что оптические (электромагнитные) свойства вакуума модифицируются электромагнитным полем волны или системы волн (фоном электромагнитных волн). Модификация оптических свойств вакуума в присутствии электромагнитного поля объясняет явления автофокусирования и разрушения лучей интенсивного электромагнитного излучения. Эти явления совместимы с современными моделями Вселенной, в которых вакуум моделируется как усредненное проявление всех полей, генерируемых частицами Вселенной.

В следующей статье нашей целью является оценка параметров вакуума, модифицированного стохастическим электромагнитным фоном при температуре $T = 0\text{K}$.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Euler, H. and Kockel, B., Naturwiss 23, p. 246-247, 1935, (Über die Streuung von Licht an Licht nach der Diracschen Theorie).
2. Jackson, J. D., Classical Electrodynamics, John Wiley & Sons, Inc., New York, 1962.
3. Penzias, A. A., Wilson, R. W., A Measurement of Excess Antenna Temperature at 4080 Mc/s, Astrophysical Journal 142, pp. 419-421 (1965).
4. Marklund, M., Brodin, G., Stenflo, L., Physical Review Letters 91, p. 163601, 2003 (Dynamics of Radiation Background).
5. Marklund, M., Brodin, G., Stenflo, L., Padma, K. S., Physica Scripta T 107, p.239, 2004 (Dynamics of Radiation due to Vacuum Nonlinearities).
6. Marklund, M., Padma, K. S., Reviews of Modern Physics 78, pp. 591-640, 2006 (Nonlinear Collective Effects in Photon-Photon and Photon-Plasma Interaction).
7. Kelley, P. L., Physical Review Letters 15, p. 1005, 1965. "Self-Focusing of Optical Beams".
8. Kharzeev, D., Tuchin, K., arXiv:hep-ph/0611133v2 21 Feb. 2007 (Vacuum self-focussing of very intense laser beams).

Ион Симачиу – к. физ. н., факультет физики, e-mail: isimaciu@yahoo.com

Золтан Борсос – научный сотрудник факультета физики, e-mail: isimaciu@yahoo.com
Университет нефти и газа, г. Плоэшти, Румыния.

Георг Бадэру – д. т. н., доц. факультета материаловедения и инженерии материалов, тел. 0232-27-86-80, e-mail: Gheorghebadarau@yahoo.com.

Маришэль Агон – д. физ. н., проф. факультета материаловедения и инженерии материалов, тел. 0232-27-86-80.
Технический университет «Джорджа Асахи», г. Яссы, Румыния.