

**В. М. Кичак, д. т. н., проф.; Е. А. Семенова, к. т. н.; О. А. Войцеховская**

## **РЕАЛИЗАЦИЯ ТРОИЧНЫХ ЛОГИЧЕСКИХ ОПЕРАЦИЙ С ПОМОЩЬЮ ДВУХПороГОВЫХ НЕЙРОНОВ**

*В статье предложены математические модели двухпороговых нейронов для троичной логики. Показаны пять нейронных сетей с линейными и двухпороговыми нейронами. Первая функционирует как элемент троичной дизъюнкции, вторая – как элемент троичной конъюнкции, третья – троичного «исключительного ИЛИ», четвертая – троичной инверсии, а пятая – троичного цикла. Для разработанных нейронных сетей определены математические модели.*

**Ключевые слова:** нейронные сети, троичная логика, двухпороговые нейроны, дизъюнкция, конъюнкция, инверсия.

### **Введение**

Методы вычислительного интеллекта объединяют в гибридные системы разнообразные составляющие интеллектуальных технологий – нечеткую логику, нейронные сети, генетические алгоритмы. Гибридные системы, такие как, нечеткие нейронные сети с генетической настройкой параметров, демонстрируют взаимное усиление преимуществ и уменьшение количества недостатков отдельных методов. В настоящее время существуют преимущественно нейро-нечеткие гибридные системы. Однако увеличивается количество нечетко-генетических, нейро-генетических и нейро-нечетко-генетических систем.

Основная задача объединения систем восприятия и логической обработки заключается в построении схем, работающих с числами (восприятие) и дискретными сигналами истинности (логика). Одним из свойств подобных логичноориентированных гибридных нейронных сетей является их способность выполнять сложные операции при достаточно простой структуре. Это, в свою очередь, позволяет уменьшить количество взаимосвязей между элементами, что позволит повысить быстродействие выполнения логических операций [1]. Схемы некоторых из них содержат не только классические нейроны, но и И-, ИЛИ-нейроны [2].

Интерес к троичной логике возник задолго до появления компьютеров в связи со свойствами симметричного кода чисел. В последнее время этот интерес возрождается благодаря новым возможностям полупроводниковой технологии. Следствием этого станет появление дешевых интегральных элементов с тремя состояниями. Кроме этого проводятся теоретические исследования, касающиеся трехуровневой техники. Ожидается, что их результаты найдут свое оригинальное практическое применение.

В [3] отмечается, что использование троичного кодирования информации в сочетании со схемами, сигналы в которых квантируются по трем уровням, в цифровых устройствах управления, контроля и прогнозирования неисправностей может повлиять на структурную организацию цифровых систем. Возможность получения преимуществ здесь возникает в связи с применением более удобных устройств сопряжения цифровых систем передачи информации и исполняющих устройств, сигналы в которых, как правило, имеют троичный характер.

То есть, целесообразно разработать троичные элементы дизъюнкции, конъюнкции, «исключительного ИЛИ», инверсии и цикла в виде нейронной сети с линейными и двухпороговыми нейронами.

Таким образом, **целью** данной **работы** является повышение эффективности проектирования нейронных сетей. Для достижения цели поставлены такие задачи: определить математические модели нейронов для троичной логики; составить схему нейронной сети; определить математические модели для разработанных нейронных сетей.

### Двухпороговые нейроны для троичных элементов

Принципы, операции и функции троичной логики описаны в [4]. Пусть мы имеем троичную логику типа  $[0, 1, 2]$ .

Операция троичной дизъюнкции выполняется таким образом:

$$y = x_a \vee x_b = \max(x_a, x_b).$$

Операция троичной конъюнкции выполняется таким образом:

$$y = x_a \wedge x_b = \min(x_a, x_b).$$

Операция троичного «исключительного ИЛИ» выполняется таким образом:

$$y = \min[\max(x_a, x_b) - \min(x_a, x_b)]$$

Операция троичной инверсии выполняется таким образом:

$$y = 2 - x.$$

Операция троичного цикла выполняется таким образом:

$$y = x \oplus 1(\text{mod}3).$$

В работах [6 – 8] приведены схемы троичных логических элементов минимума, максимума и инверсии. Заменяем составные блоки указанных элементов двухпороговыми и линейными нейронами.

Для линейного нейрона имеем [2]:

$$net = \sum_i \omega_i x_i,$$

$$f(net) = net,$$

где  $x_i$  – входящий сигнал;  $\omega_i$  – вес синапса;  $net$  – взвешенный сигнал нейрона;  $f(net)$  – функция активации.

Для порогового нейрона имеем [1]:

$$f(net) = \begin{cases} 0 & : net < 0 \\ 1 & : net \geq 0. \end{cases}$$

Реализация двоичных операции И, ИЛИ, НЕТ с помощью пороговых нейронов рассматривается в [4]. Преимущества использования двухпороговых нейронов в нечеткой и троичной логике описываются в [1].

Для двухпороговых нейронов имеем [1]:

$$f(net) = \begin{cases} -1 & : net < \theta \\ 0 & : -\theta \leq net \leq \theta, \\ 1 & : net > \theta \end{cases}$$

где  $\theta$  – порог.

В [5] предложен такой двухпороговый нейрон:

$$f(net) = \begin{cases} 0 & : net < 0 \\ 1 & : 0 \leq net < 2. \\ 2 & : net \geq 2 \end{cases}$$

Предлагаем такую математическую модель функционирования двухпорогового нейрона

для троичной логики:

$$f(net) = \begin{cases} 0: net < \theta_1 \\ 1: \theta_1 \leq net < \theta_2 \\ 2: net \geq \theta_2 \end{cases}$$

### Нейронные сети для троичных логических элементов

Нейронная сеть, выполняющая операцию троичной дизъюнкции, представлена на рис. 1 и работает таким образом:

1. Первый слой

$$net_1 = net_2 = x_a \cdot (+1) + x_b \cdot (-1),$$

$$f(net_1) = y_1 = \begin{cases} 0: -2 \leq net_1 < -1 \\ 1: -1 \leq net_1 < 0 \\ 2: 0 \leq net_1 \end{cases}$$

$$f(net_2) = y_2 = \begin{cases} -2: -2 \leq net_2 < -1 \\ -1: -1 \leq net_2 < 0 \\ 0: 0 \leq net_2 \end{cases}$$

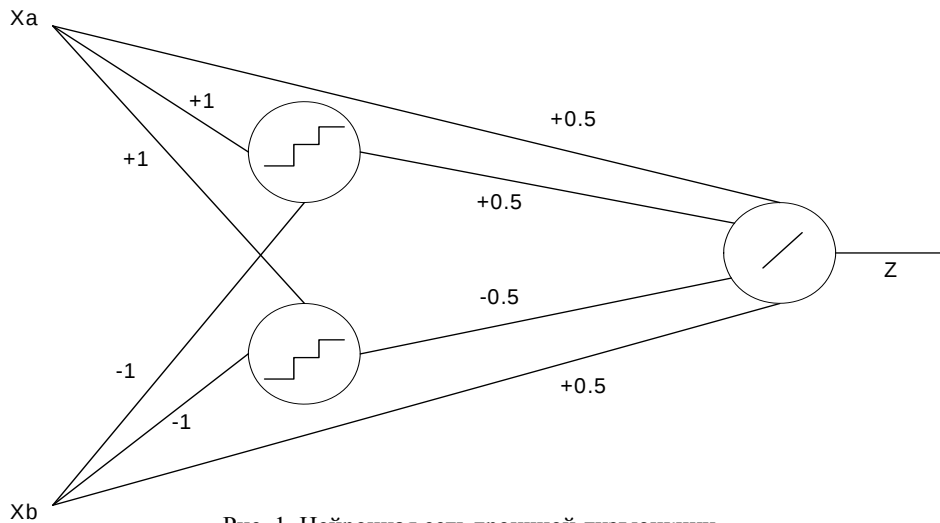


Рис. 1. Нейронная сеть троичной дизъюнкции

2. Второй слой

$$net_3 = x_a \cdot (+0,5) + x_b \cdot (+0,5) + y_1(+0,5) + y_2(-0,5),$$

$$f(net_3) = z_{dis} = net_3.$$

Здесь  $x_a, x_b$  – входящие сигналы сети;  $y_1, y_2$  – исходящие сигналы первого и второго нейронов;  $z_{dis}$  – исходящий сигнал сети.

Нейронная сеть, выполняющая операцию троичной конъюнкции, представлена на рис. 2 и работает таким образом:

## 1. Первый слой

$$net_1 = net_2 = x_a \cdot (+1) + x_b \cdot (-1),$$

$$f(net_1) = y_1 = \begin{cases} 0: -2 \leq net_1 < 1 \\ 1: 1 \leq net_1 < 2 \\ 2: 2 \leq net_1 \end{cases},$$

$$f(net_2) = y_2 = \begin{cases} -2: -2 \leq net_2 < -1 \\ -1: -1 \leq net_2 < 0 \\ 0: 0 \leq net_2 \end{cases},$$

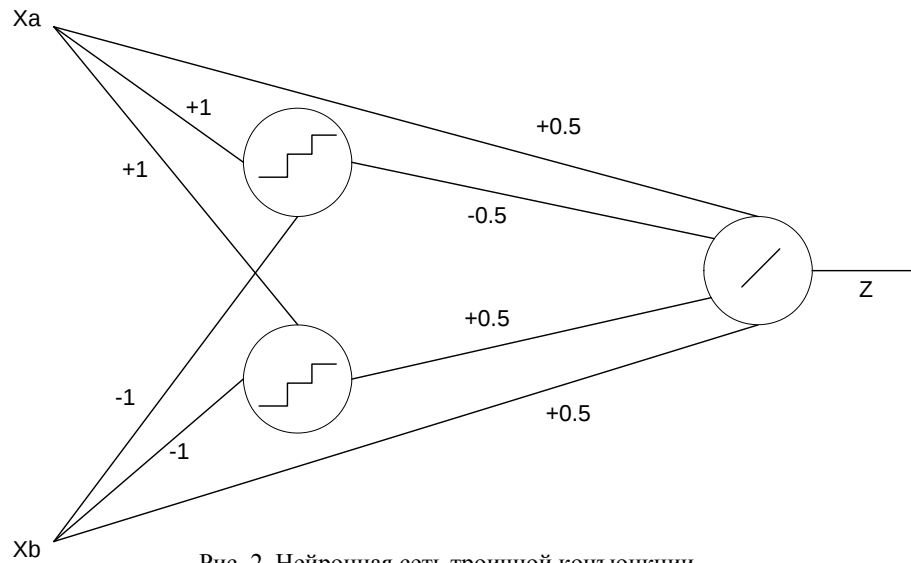


Рис. 2. Нейронная сеть троичной конъюнкции

## 2. Второй слой

$$net_3 = x_a \cdot (+0,5) + x_b \cdot (+0,5) + y_1(-0,5) + y_2(+0,5),$$

$$f(net_3) = z_{con} = net_3.$$

Здесь  $x_a, x_b$  – входящие сигналы сети;  $y_1, y_2$  – исходящие сигналы первого и второго нейронов;  $z_{con}$  – исходящий сигнал сети.

Нейронная сеть, выполняющая операцию «исключительное ИЛИ», представлена на рис. 3 и работает таким образом:

## 1. Первый слой

$$net_1 = x_a \cdot (+4) + x_b \cdot (-3),$$

$$net_2 = x_a \cdot (-3) + x_b \cdot (+4),$$

$$f(net_1) = y_1 = \begin{cases} 0 : net_1 \leq 2 \\ 1 : 2 < net_1 \leq 4, \\ 2 : 4 < net_1 \end{cases}$$

$$f(net_2) = y_2 = \begin{cases} 0 : net_2 \leq 2 \\ 1 : 2 < net_2 \leq 4, \\ 2 : 4 < net_2 \end{cases}$$

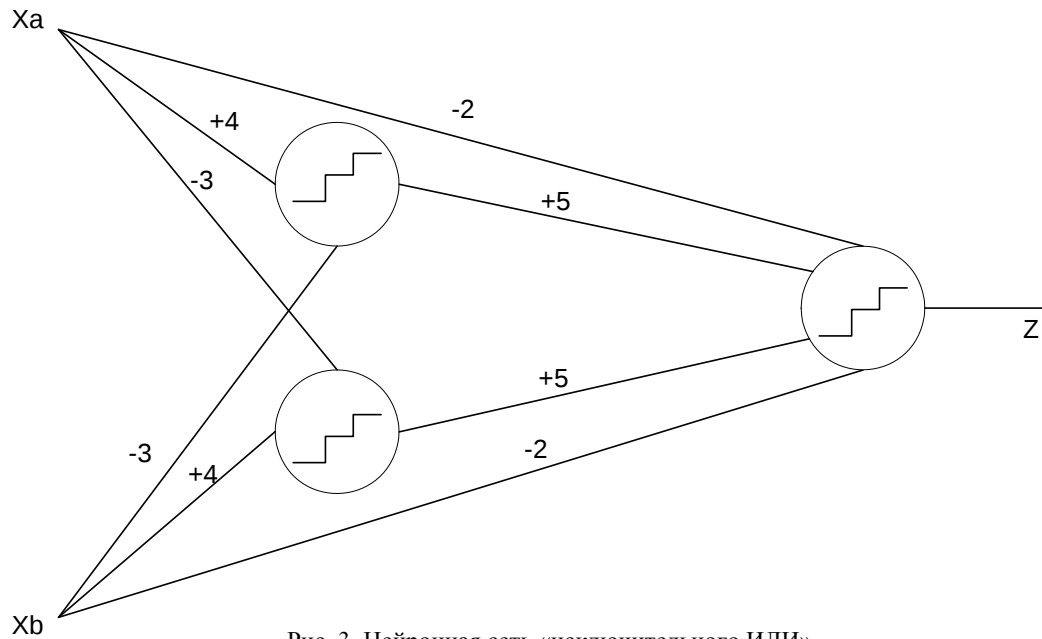


Рис. 3. Нейронная сеть «исключительного ИЛИ»

## 2. Второй слой

$$net_3 = x_a \cdot (-2) + x_b \cdot (-2) + y_1(+5) + y_2(+5),$$

$$f(net_3) = z_{XOR} = \begin{cases} 0 : net_3 \leq 2 \\ 1 : 2 < net_3 < 4. \\ 2 : 4 \leq net_3 \end{cases}$$

Здесь  $x_a, x_b$  – входящие сигналы сети;  $y_1, y_2$  – исходящие сигналы первого и второго нейронов;  $z_{XOR}$  – исходящий сигнал сети.

Нейронная сеть, выполняющая операцию троичной инверсии, представлена на рис. 4 и работает таким образом:

$$net = x_a \cdot (+1) + x_b \cdot (-1),$$

$$f(net) = z_{inv} = net.$$

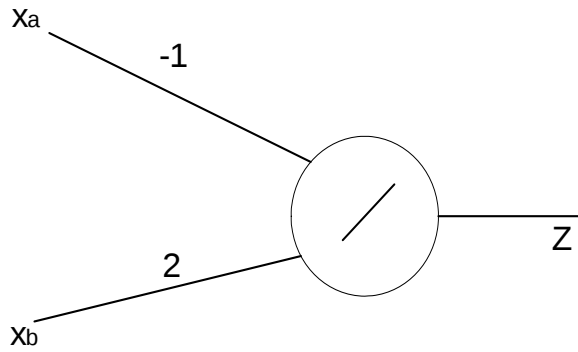


Рис. 4. Нейронная сеть троичной инверсии

Здесь  $x_a$  – входящие сигналы сети;  $x_b$  – вспомогательный сигнал сети;  $z_{inv}$  – исходящий сигнал сети.

Нейронная сеть, выполняющая операцию троичного цикла, представлена на рис. 5 и работает таким образом:

1. Первый слой

$$net_1 = x_a \cdot (+2) + x_b \cdot (-3),$$

$$f(net_1) = y_1 = \begin{cases} 0 : net_1 < 1 \\ 1 : 1 \leq net_1 < 2 \\ 2 : 2 \leq net_1 \end{cases}$$

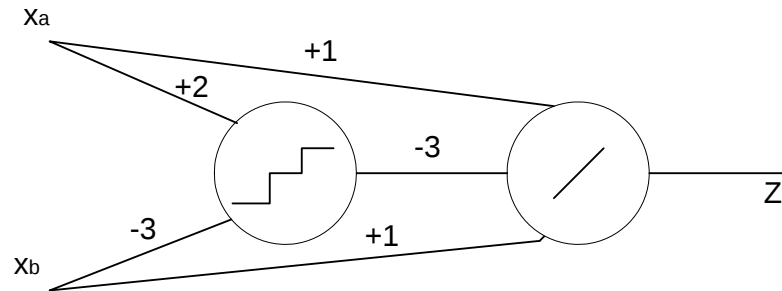


Рис. 5. Нейронная сеть троичного цикла

2. Второй слой

$$net_2 = x_a \cdot (+1) + x_b \cdot (+1) + y_1(-3),$$

$$f(net_2) = z_{sh} = net_2.$$

Здесь  $x_a$  – входящие сигналы сети;  $x_b$  – вспомогательный сигнал сети;  $y_1$  – исходящий сигнал первого нейрона;  $z_{sh}$  – исходящий сигнал сети.

### Выводы

Таким образом, предложены пять нейронных сетей с линейными и двухпороговыми нейронами. Первая функционирует как элемент троичной дизъюнкции, вторая – как элемент троичной конъюнкции, третья – троичного «исключительного ИЛИ», четвертая – троичной инверсии, а пятая – троичного цикла.

Используя двухпороговые нейроны, можно строить нейронные сети, которые реализуют

операции троичной логики. Это позволит расширить область применения нейронных сетей и объединить вычислительную технику с интеллектуальными технологиями.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Masahiro Sakamoto, Mititada Morisue. A study of ternary fuzzy processor using neural networks // Proc. of IEEE International Symposium on Circuits and Systems. – Hong Kong. – 1997. – P. 613 – 616.
2. Ярушкина Н. Г. Нечёткие нейронные сети с генетической настройкой. Научная сессия МИФИ – 2004. VI Всероссийская научно-техническая конференция «Нейроинформатика–2004»: Лекции по нейроинформатике. Часть 1. – М.: МИФИ, 2004. – 199 с.
3. Морозов Д. В., Пилипко М. М., Коротков А. С. Реализация устройств троичной логики на основе стандартной МОП – технологии // Микроэлектроника. – 2009. – Т. 38. – № 3. – С. 224 – 236.
4. Gerald Reif. Neuronale Netze // [http://www.iicm.tugraz.at/Teaching/theses/2000/\\_idb9e\\_/greif/node10.html](http://www.iicm.tugraz.at/Teaching/theses/2000/_idb9e_/greif/node10.html).
5. Ali Haydar, M. Jad Hamdan, M. Backer Rashid, Hassan Hamich, Ahmad Issa, Abdallah Kassem. A novel neural network ternary arithmetic logic unit // Proc. of the 23rd International Technical Conference on Circuits/Systems, Computers and Communications. Kaikyo Messe Shimonoseki Yamaguchi, Japan. – 2008. – P. 593 – 596.
6. Патент №33476 на корисну модель МПК (2006) H03K19/20. Трійковий елемент мінімуму / Семенова О. О., Семенов А. О., Войцеховська О. О. // Номер заявки u2008 01766. Дата подання 11.02.2008. Опубл. 25.06.2008. Бюл. №12. – 4 с.
7. Патент 34465 на корисну модель МПК H03K19/20. Трійковий елемент максимуму / Семенова О. О., Семенов А. О., Войцеховська О. О. // Номер заявки u 2008 30612. Дата подання 21.03.2008. Опубл. 11.08.2008. Бюл. №15. – 5 с.
8. Патент 35963 на корисну модель МПК H03K19/20. Логічний елемент трійкової інверсії / Семенова О. О., Семенов А. О., Кичак В. М., Войцеховська О. О. // Номер заявки u 2008 05822. Дата подання 05.05.2008. Опубл. 10.10.2008. Бюл. № 19. – 4 с.

**Кичак Василий Мартынович** – д. т. н., профессор, заведующий кафедрой телекоммуникационных систем и телевидения, тел. 598-219, e-mail: v.kychak@mail.ru.

**Семенова Елена Александровна** – к. т. н., старший преподаватель кафедры телекоммуникационных систем и телевидения, тел. 598-358, e-mail: Helene\_S@ukr.net.

**Войцеховская Ольга Александровна** – ассистент кафедры телекоммуникационных систем и телевидения, тел. 598-358, e-mail: olga1085@rambler.ru.

Винницкий национальный технический университет.