

УДК 681.3:621.375

А. Д. Азаров, д. т. н., проф.; М. Ю. Шабатура; А. Г. Муращенко**ДИНАМИЧЕСКИЕ ПОГРЕШНОСТИ II РОДА В АЦП УСКОРЕННОГО ПОРАЗРЯДНОГО ПРИБЛИЖЕНИЯ С ВЕСОВОЙ ИЗБЫТОЧНОСТЬЮ**

Рассмотрены математические модели компенсации динамических погрешностей второго рода, которые возникают в аналого-цифровом преобразователе ускоренного поразрядного приближения с весовой избыточностью. Определены значения быстродействия АЦП поразрядного приближения с весовой избыточностью при компенсации погрешности второго рода. Показано, что такое преобразование возможно для разных форм смены уровня входного сигнала.

Ключевые слова: аналого-цифровой преобразователь, динамические погрешности, весовая избыточность, моделирование, система исчисления, поразрядная уравновешенность.

Введение

АЦП является неотъемлемой составляющей современных информационно-измерительных систем [5], современных систем обработки цифровых и аналоговых сигналов. Среди разных классов преобразователей информации АЦП поразрядного приближения составляют значительную долю. Вместе с тем следует заметить, что традиционно АЦП поразрядного приближения строят с использованием двоичной системы исчисления, которая приводит к появлению значительных динамических погрешностей в случае смены уровня входного сигнала во время преобразования. Традиционно для решения указанной проблемы на входе таких АЦП применяют устройство выборки-хранения аналоговых сигналов для фиксирования на время преобразования уровня входного сигнала. Однако это в несколько раз увеличивает погрешности преобразования.

Решением проблемы компенсации динамических погрешностей в АЦП поразрядного приближения занимались в США [5], а также в СССР, в частности в Винницком политехническом институте, нынешнем Винницком национальном техническом университете [1, 2, 3].

Актуальность

Использование методов уменьшения динамических погрешностей АЦП было предложено в работах [1, 4]. Однако динамические погрешности второго рода не рассматривались.

Известный подход для существенного уменьшения динамических погрешностей, который состоит в построении АЦП поразрядного приближения на основе системы исчисления с весовой избыточностью. Это позволяет в определенной мере отслеживать смены уровня входного сигнала во время преобразования и таким образом значительно уменьшить уровень динамических погрешностей второго рода. Кроме того следует отметить, что применение весовой избыточности позволяет также компенсировать значительные динамические погрешности первого рода. Нужно также обратить внимание на то, что комплексное применение первого и второго подходов предоставляет возможным образом – на 1 – 2 порядка увеличить частотный диапазон входных преобразовательных сигналов [1].

В научных работах [2, 4] это направление недостаточно раскрыто и несистемно, поэтому тема статьи, связанная с анализом динамических погрешностей второго рода в АЦП ускоренного поразрядного приближения с весовой избыточностью, актуальна.

Цель

Уменьшение динамических погрешностей второго рода в АЦП поразрядного приближения с весовой избыточностью.

Задачи

- 1) Рассмотреть возможности уменьшения динамических погрешностей второго рода, которые возникают в двоичном АЦП поразрядного приближения при преобразовании сигналов, которые изменяются во времени;
- 2) Рассмотреть возможности моделирования процесса компенсации динамических погрешностей, которые возникают в процессе ускоренного поразрядного уравнивания с весовой избыточностью

Решение задач

Системы исчисления с весовой избыточностью (СИВИ) – это системы исчисления (СИ), которые относятся к классу позиционных систем исчисления.

Любая система исчисления должна быть представлена базисом и основой. В СИВИ выделяют естественный базис – набор весов разрядов, значения которых формируются как возрастающая геометрическая прогрессия чисел $\alpha^0, \alpha^1, \alpha^2, \dots, \alpha^{n-1}$, здесь α – основа, которая определяется как отношение весов двух соседних разрядов.

Примером естественного базиса:

$2^0, 2^1, 2^2, \dots, 2^{n-1}$ – с основой $\alpha = 2$;

$10^0, 10^1, 10^2, \dots, 10^{n-1}$ – с основой $\alpha = 10$, соответственно двоичной и десятичной систем исчисления.

В случае классической „золотой пропорции” $\alpha = \frac{1+\sqrt{5}}{2} \approx 1,618$ имеем базис, который представлен рядом чисел: $1; 1,618; 2,618; 4,236; \dots; 1,618^{n-1}$.

Любое целое число N в системах исчисления с целочисленными α может быть представлено в форме:

$$N = \sum_{i=0}^{n-1} a_i \cdot \alpha^i, \tag{1}$$

где $i=0, 1, 2, \dots, n-1$ – номер разряда; $a_i \in \{0, 1\}; \{\bar{1}, 1\}; \{\bar{1}, 0, 1\}$ – двоичная цифра в i -ом разряде или алфавит; $\alpha = 1; 2; \dots; 10$ – основы систем исчисления; α^i – вес i -го разряда; $(n-1)$ – номер старшего разряда.

Если основа α является иррациональным числом, например, „золотой” φ или S -пропорцией [2], то действительное число может быть представлено в форме:

$$D = \sum_{i=-\infty}^{n-1} a_i \cdot \alpha^i. \tag{3}$$

Любое натуральное число представлено в виде:

$$N = \sum_{i=-n}^{n-1} a_i \cdot \alpha_p^i, \tag{4}$$

где $\alpha_p^i = \alpha_p^{i-1} + \alpha_p^{i-p-1}$ – i -ая степень золотой p -пропорции.

Методическая погрешность Δn изображения числа зависит от набора алфавита a_i . Если $a_i \in \{0, 1\}$, то $\Delta N \leq 1,0$, и такая система является СИВИ (0,1). При $a_i \in \{\bar{1}, 1\}$, $\Delta N \leq 2,0$ имеем СИВИ ($\bar{1}, 1$). Если $a_i \in \{\bar{1}, 0, 1\}$ $\Delta N \leq 1,0$, то система называется СИВИ ($\bar{1}, 0, 1$).

В системах исчисления с искусственным базисом веса разрядов формируются в виде последовательности целых чисел:

$$\varphi^0, \varphi^1, \varphi^2, \dots, \varphi^{n-1}. \tag{5}$$

Связь между весом i -го разряда формируется в виде определенной суммы младших разрядов:

$$\varphi_i = \varphi_{i-1} + \varphi_{i-2} + \dots + \varphi_{i-k}. \quad (6)$$

Примерами наборов таких чисел могут служить r -числа Фибоначчи [1], числа Коца и прочие.

Представление целых чисел в системах исчисления с искусственным базисом осуществляется в виде:

$$N = \sum_{i=0}^{n-1} a_i \cdot \varphi_i, \quad (7)$$

где a_i – разрядный коэффициент в i -ом разряде; i – номер разряда; φ_i – вес i -го разряда, который является целым числом.

Определяют диапазоны преобразования для разных систем исчисления.

Для двоичной СИ имеем:

$$D_2(n) = 2^n - 1, \quad (8)$$

где n – выбранное число разрядов.

Для СИВИ:

$$D_\alpha(n_\alpha) = \alpha^{n_\alpha} - 1, \quad (9)$$

где n_α – число разрядов СИВИ при условии подобности диапазонов.

Кроме многозначности изображения чисел в СИВИ, особенность данных СИ состоит в превышении суммы весов младших разрядов над весом текущего старшего разряда:

$$\sum_0^{i-1} Q_j - Q_i > 0. \quad (10)$$

СИВИ характеризуется как абсолютный коэффициент весовой избыточности в виде:

$$\Delta Q_i = \sum_0^{i-1} Q_j - Q_i, \quad (11)$$

А также в виде относительного коэффициента весовой избыточности:

$$\delta Q = \frac{\sum_0^{i-1} Q_j - Q_i}{\sum_0^i Q_j}. \quad (12)$$

Для оценки эффективности АЦП на основе СИВИ приведен рисунок 1.

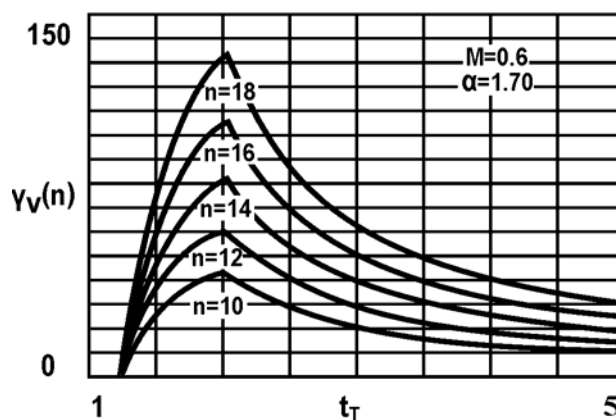


Рис. 1. Функциональные зависимости эффективности при $\alpha=1,7$, масштабный множитель $M=0,6$ в АЦП от разрядности n

Преобразование аналоговых сигналов в цифровые эквиваленты при использовании избыточных СИ (НСИ) и СИВИ сопровождаются рядом статических и динамических погрешностей.

Механизм возникновения динамической погрешности [9] второго рода в двоичном АЦП связан с изменением за время преобразования уровня входного сигнала A_{ex} ; в данной статье будут рассмотрены разные варианты изменения сигнала на входе поразрядного АЦП с использованием СИВИ и НСИ.

Изменение сигнала на входе АЦП может привести к появлению погрешности второго рода – $\Delta_{дин}''$, она зависит от вида аналого-цифрового преобразования, в данном случае, как наиболее эффективное, используется поразрядная уравнированность.

$\Delta_{дин}''$ – является скоростью изменения входного сигнала, которая может быть представлена изменением напряжения или тока во времени.

Компенсирующий (компенсирует входной сигнал) сигнал выражается [1]:

$$A_{k_n}(t) = a_n Q_n - a_n Q_n e^{-t/T}, \quad (13)$$

где $a \in (1, -1)$ – разрядные коэффициенты кода, Q_n – вес разряда преобразователя; $-t_i$ – продолжительность такта уравнивания; T – постоянная времени переходного процесса

Соответствующая часть $-a_n Q_n e^{-t/T}$ [1] – является математическим описанием динамической погрешности первого рода, которая зависит от инерционности аналоговых узлов преобразователей, и также значительно влияет на формирование динамической погрешности второго рода.

Для оценки динамических погрешностей АЦП поразрядного уравнивания при использовании разных СИВИ, а также избыточных систем исчисления (НСИ) целесообразно применять единый вид математических моделей этих погрешностей в форме уравнений баланса.

При линейном изменении A_{ex} уравнение баланса составляется в виде:

$$F(\Delta A_{ex}, x, \alpha, n) = 0, \quad (14)$$

где ΔA_{ex} – изменение входного сигнала, a – основа системы исчисления; x – неизвестное для вычисления; n – число разрядов

При безинерционном уравнивании, с ростом A_{ex} исходное выражение для уравнения баланса $F(\Delta A_v, \alpha) = 0$ имеет вид:

$$\Delta A_{кв} = 2\Delta A_v^+ + Q_1 - Q_0, \quad (15)$$

где ΔA_v – изменение A_{ex} на протяжении одного такта.

На основании последнего соотношения $\Delta A_{v_{\max}}^+ = \frac{2,5 - \alpha}{2}$.

Общее изменение входного сигнала A_{ex} задается выражением:

$$A_{ex}(t) = A_{ex.n}(t) + \Delta A_{ex}(t), \quad (16)$$

где $\Delta A_{ex}(t)$ – изменение входного сигнала за все время уравнивания; $A_{ex.n}(t)$ – значение входного сигнала перед началом уравнивания.

$\Delta A_{ex}(t)$ для линейновозрастающего или линейноспадающего входного сигнала, можно выразить:

$$\Delta A_{ex}(t) = \pm \Delta A_v t / t_T, \quad (17)$$

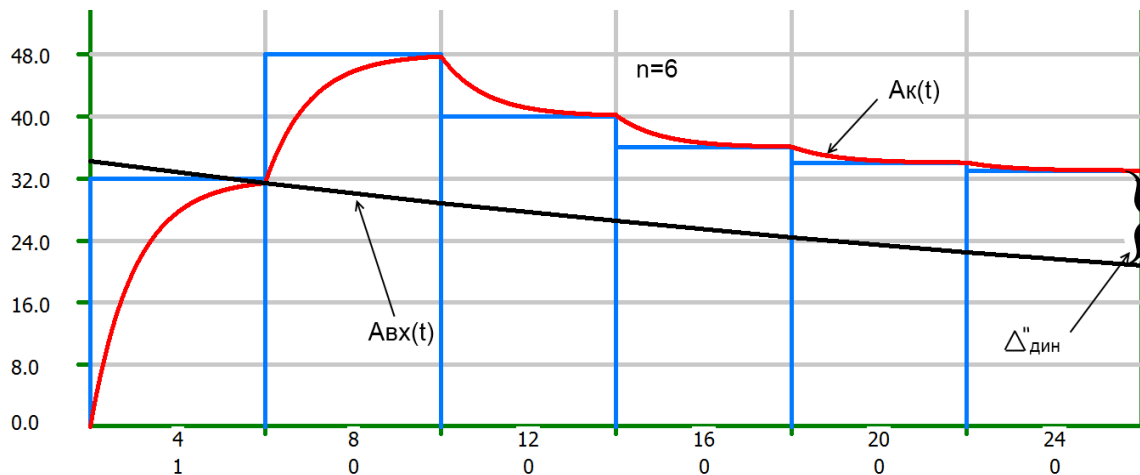
где $\pm \Delta A_v$ – изменение A_{ex} на протяжении одного такта; t – время уравнивания; t_T – продолжительность такта преобразования.

$\Delta A_{ex}(t)$ для экспоненциальновозрастающего или экспоненциальнонисходящего входного сигнала, можно выразить:

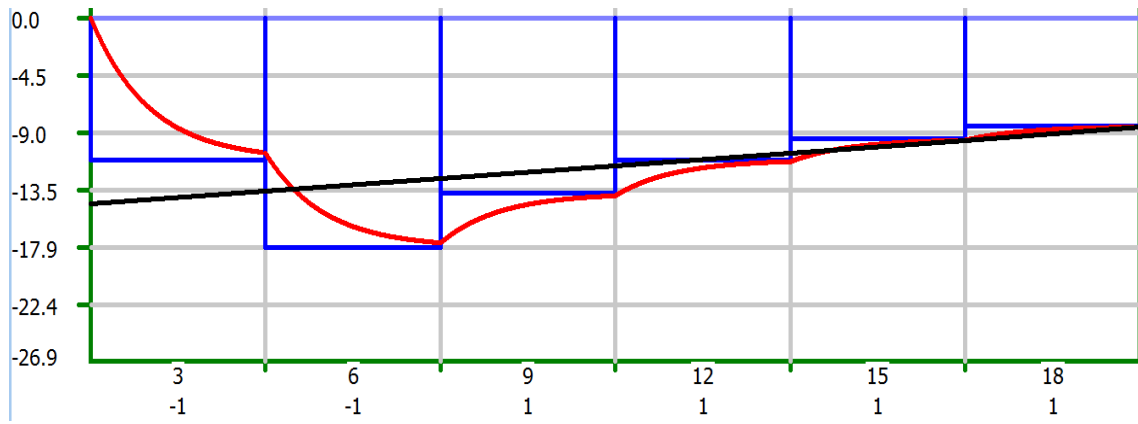
$$\Delta A_{ex}(t) = \pm \Delta A_c * e^{-t/\tau}, \quad (18)$$

где τ – это константа времени установления входного сигнала; $\pm \Delta A_c$ – амплитуда прыжка A_{ex} перед началом уравнивания; t – время преобразования.

Разработано специальное программное обеспечение, которое позволяет адекватно анализировать и исследовать динамические погрешности второго рода в АЦП поразрядного приближения [7]. На всех ниже приведенных рисунках черным цветом изображен входной сигнал, красным – компенсирующий.



а)



б)

Рис. 2. Диаграмма поразрядного уравнивания входного сигнала а) $A_{вх}$ убывает в двоичном АЦП, б) $A_{вх}$ возрастает в АЦП с весовой избыточностью

На рисунке 2 а) представлено выраженную $\Delta_{дин}''$, между входным и компенсирующим сигналами в двоичном шестиразрядном АЦП поразрядного приближения.

Дальше рассмотрим результаты исследования компенсации динамических погрешностей второго рода в АЦП поразрядного уравнивания с весовой избыточностью. Основа системы исчисления – 1,618

На рисунке 2 б) относительное отклонение компенсирующего сигнала от входного при линейном росте входного сигнала с использованием СИВИ: $\Delta = 2,1$. При использовании двоичной системы исчисления в АЦП поразрядного уравнивания, относительное отклонение компенсирующего сигнала от входного составляет: $\Delta = 33$.

Исходное выражение для уравнения баланса $Fi(x, \alpha, n) = 0$ согласно диаграмме поразрядного уравнивания, изображенной на рисунке 2 б), задается соотношением:

$$\Delta Q_5 = \sum_1^3 Q_i - Q_4 - \Delta Q_i^* + 2,5Q_0, \quad (19)$$

где ΔQ_i^* – функция от погрешности установления, которая возникает на предыдущих тактах $\Delta Q_1^* = xQ_1 + x\Delta Q_2^*$.

Аналогично для других погрешностей: $\Delta Q_2^* = xQ_2 + x\Delta Q_3^*, \dots, \Delta Q_4^* = xQ_4 + x\Delta Q_5^*$

Относительное отклонение компенсирующего сигнала от входного при экспоненциальном убывании с использованием СИВИ: $\Delta = 2,4$. При использовании двоичной системы исчисления в АЦП поразрядного уравнивания относительное отклонение компенсирующего сигнала от входного составляет: $\Delta = 12$.

ΔA_{ex} для экспоненциального сигнала может существенным образом превышать уровень ΔA_v для линейного сигнала в АЦП поразрядного уравнивания с весовой избыточностью. На младших тактах уравнивания скорость изменения A_{ex} , что возрастает или убывает экспоненциально, не может превышать ΔA_v .

Это условие задается соотношением:

$$\Delta A_{ex}^{**} = m\Delta A_v, \quad (20)$$

где $\Delta A_v = \Delta A_{ex}^{**} e^{-(n-m-2)t_r/\tau_c}$ – "остаточная" амплитуда ΔA_{ex} перед началом m последних

тактов уравнивания.

При этом постоянная времени входного экспоненциального сигнала не может превышать значение [2]:

$$\tau_c \leq \frac{(n - m - 2)t_T}{\ln \frac{\Delta A_{ex}^{**}}{m\Delta A_v}} \quad (21)$$

Выполнение указанного условия гарантирует точное уравнивание входного сигнала, который возрастает или убывает экспоненциально, начальная амплитуда которого не превышает ΔA_{ex}^{**} .

На порядок выше значения относительного отклонения компенсирующего сигнала при смене уровня входного сигнала можно увидеть и сравнить на рисунке 2, на котором изображены диаграммы поразрядного уравнивания в шестнадцатиразрядном двоичном АЦП и АЦП с весовой избыточностью соответственно.

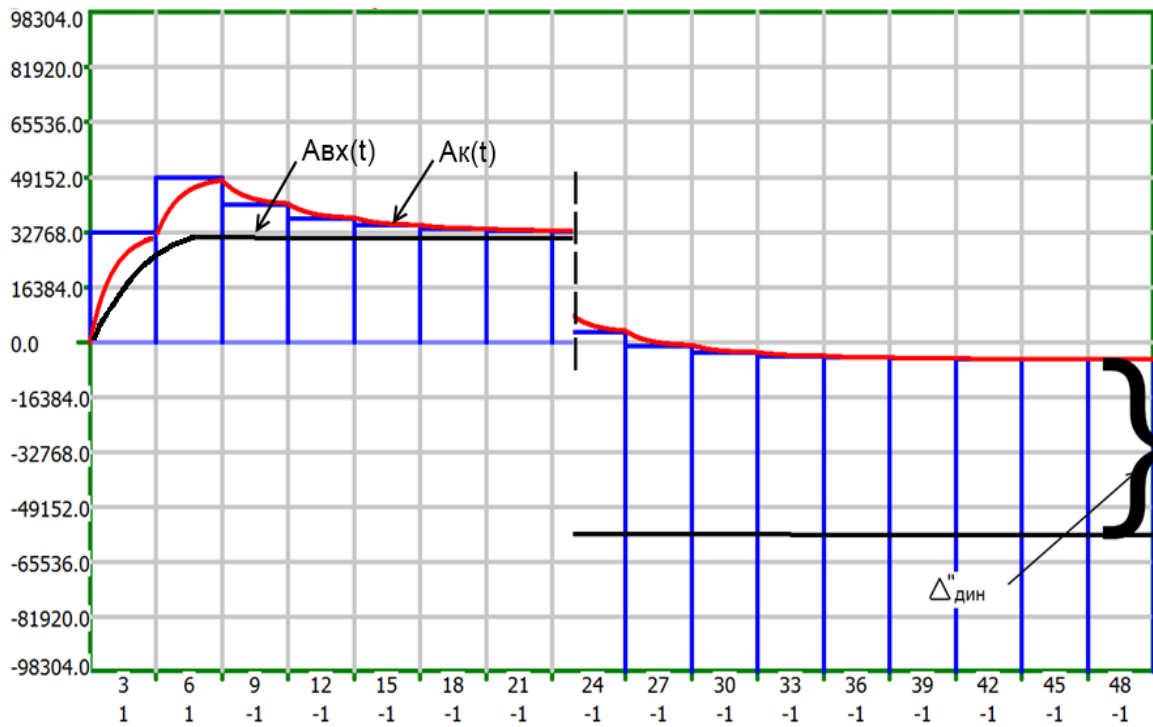


Рис. 4. Диаграмма поразрядного уравнивания входного сигнала, который экспоненциально убывает в 16-разрядном двоичном АЦП

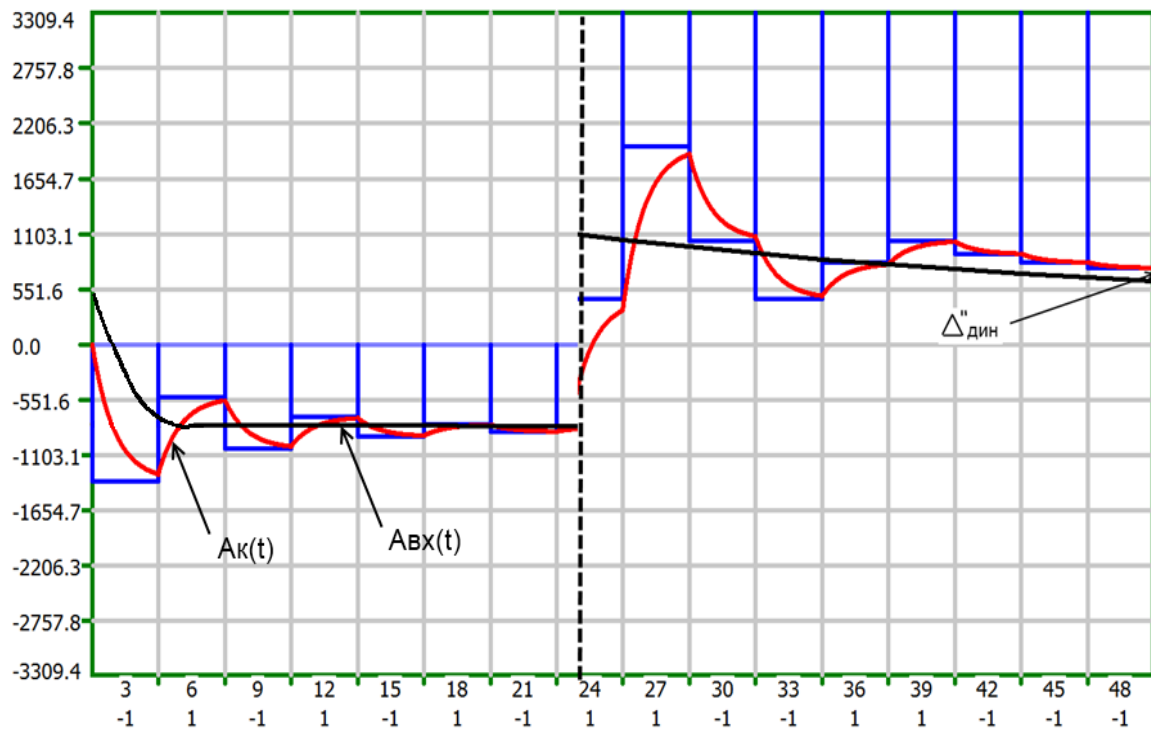


Рис. 5. Диаграмма поразрядного уравнивания входного сигнала, который экспоненциально убывает в 16-разрядном АЦП с весовой избыточностью

Согласно рис. 4 относительное отклонение компенсирующего сигнала от входного при двоичной системе: $\Delta = 1666,2$. А при введении СИВИ в АЦП поразрядного уравнивания согласно рис. 5, относительное отклонение компенсирующего сигнала от входного составляет $\Delta = 2,9$.

В процессе коммутации разрядов АЦП при формировании аналогового компенсирующего сигнала $A_k(t)$ возможное появление разных форм переходных процессов, для примера – наличие усилителя с обратной связью в схеме сравнения аналоговых сигналов [3] может вызвать появление колебательных процессов в исходной реакции при скачкообразных сигналах на входе [8]. Независимо от вида конкретной реализации схемы сравнения усилителя различия ΔA проектируют таким образом, чтобы его переходная характеристика соответствовала схемным функциям первого или второго порядка. В первом варианте имеет место экспоненциальный переходной процесс.

Разработанная математическая модель компенсации динамических погрешностей второго рода в АЦП поразрядного приближения позволяет преобразовывать входной сигнал в цифровой эквивалент непосредственно на определенном этапе колебательного процесса, вызванного усилителем с обратной связью. Это дает чрезвычайно большое быстродействие преобразования, параллельно с точностью по сравнению с обычными двоичными АЦП, которые «ожидают» полного «затухания» колебательного процесса.

Таким образом видим, что выигрыш в компенсации динамической погрешности в АЦП поразрядного уравнивания возрастает на порядки вследствие использования в таких АЦП СИВИ. И с увеличением разрядности преобразователя с весовой избыточностью компенсация динамической погрешности второго рода увеличивается на порядки по сравнению с использованием в преобразователе двоичной системы исчисления или же других НСЧ.

Висновки

1. Створено математическі моделі динамічних погрешностей другого роду АЦП порозрядного урівноваження.
2. Показано, що динамічну погрешність другого роду порозрядного АЦП можна компенсувати, вводячи вагову избыточність. Це дозволяє суттєвим образом (на порядок) підвищити швидкодію АЦП, а також значительно прискорити урівноваження наростаючого або збуваючого лінійного або експоненціального входного сигналу.
3. Показано, що шляхом комп'ютерного моделювання можна оцінити потенціальне швидкодію АЦП порозрядного урівноваження з ваговою избыточністю ще на етапі проектування.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Азаров О. Д. Основи теорії аналого-цифрового перетворення на основі надлишкових позиційних систем числення / О. Д. Азаров // Монографія. – Вінниця: УНІВЕРСУМ – Вінниця, 2004. – 260 с.
2. Азаров О. Д. Аналого-цифрове порозрядне перетворення на основі систем числення з ваговою надлишковістю / О. Д. Азаров // Монографія. – Вінниця: УНІВЕРСУМ – Вінниця, 2010. – 186 с.
3. Крупельницький Л. В. Аналого-цифрові пристрої систем, що самокоригуються, для вимірювань і оброблення низькочастотних сигналів / Л. В. Крупельницький, О. Д. Азаров // Монографія. – Вінниця: УНІВЕРСУМ – Вінниця, 2005. – 167 с.
4. Островерхов В. В. Динамічні погрешності аналого-цифрових преобразователів / В. В. Островерхов – Л.: «Енергія», 1975. – 176 с.
5. Kester Walt. Analog-digital conversion / Walt Kester. – Analog Devices Inc., 2005. – P. 675.
6. Володарський Є. Т. Метрологічне забезпечення вимірювань і контролю / Є. Т. Володарський, В. В. Кухарчук, В. О. Поджаренко, Г. Б. Сердюк // Навчальний посібник. – Вінниця: Велес, 2001. – 219 с.
7. Свідчення про реєстрацію авторського права на твір № 30250. Комп'ютерна програма «Програмне забезпечення для моделювання аналого-цифрового перетворення порозрядного наближення» / М. Ю. Шабатура Дата реєстрації Державним Департаментом інтелектуальної власності України від 15.09.2009.
8. Поспелов Д. А. Арифметические основы вычислительных машин дискретного действия / Д. А. Поспелов // Учеб. пос. – М.: Высш. школа, 1970. – 308 с.
9. Lewis S. H. Indirect testing of digital-correction circuits in analog-to-digital converters with redundancy / S. H. Lewis, R. Ramachandran and W. M. Snelgrove // IEEE Trans. Circuit Syst. n. – July 1995. – Vol. CAS-42. – P. 437 – 445.

Азаров Алексей Дмитриевич – д. т. н., професор, завідує кафедрою вичислительной техніки.

Шабатура Максим Юрьевич – магістрант кафедри вичислительной техніки.
Вінницький національний технічний університет.

Муращенко Александр Геннадиевич – менеджер проектів ООО «Компанія «Ліана»».