УДК 515.12

Б. И. Мокин, д. т. н., проф.; В. В. Каминский, к. т. н., доц.

ОБЩИЕ ПРИНЦИПЫ СОЗДАНИЯ МЕТОДОВ ПОСТРОЕНИЯ ФУНКЦИЙ УРОВНЕЙ СЛАБЫХ МНОЖЕСТВ НАГРУЗКИ В УЗЛАХ СИСТЕМ ЭЛЕКТРОСНАБЖЕНИЯ

На основе результатов проведенных теоретических исследований и экспертных процедур в работе сформулированы общие принципы построения функций уровней слабых множеств мощности узлов систем электроснабжения. Полученные результаты могут быть использованы в процессе создания косвенных параметрических методов построения таких функций.

Ключевые слова: *слабое множество мощности, функция уровней, направленность, направленный уровень принадлежности.*

В работах [1 – 2] авторами предложен новый подход к моделированию сложных систем в условиях неопределенности данных с использованием разрабатываемого ими аппарата теории слабых множеств.

Слабое множество $\widetilde{\widetilde{A}}$ в универсуме X, в отличие от нечеткого множества $\widetilde{A}$, задается не функцией принадлежности μ_A: $X \to M_\alpha$, а функцией уровней $\nu_A : X \to M_{\alpha\omega}$, где $M_{\alpha\omega} = M_\alpha \times M_\omega \setminus \{(\vee M_\alpha; -)\}$ – пространство направленных уровней принадлежности, $M_\alpha = [0; 1]$ – пространство ненаправленных (обычных) уровней принадлежности, $M_\omega = \{ +; -\}$ – пространство направленностей, $\vee M_\alpha = 1$ – максимальный элемент пространства M_α. Элементы пространства $M_{\alpha\omega}$ являются упорядоченными парами вида $(\alpha; +)$, $(\beta; -)$, $\alpha, \beta \in M_\alpha$ и называются положительно (в случае $(\alpha; +)$) и отрицательно (в случае $(\beta; -)$) направленными уровнями принадлежности. Для удобства эти упорядоченные пары обозначаются также α^+, β^- соответственно. В пространстве ненаправленных уровней принадлежности существует обычный нестрогий линейный порядок, а в пространстве направленностей задается линейный порядок $\{(+, +), (+, -), (-, -)\}$. Направленные уровни принадлежности в пространстве $M_{\alpha\omega}$ строго упорядочены бинарным отношением строгого порядка вида

$$\forall(\alpha, \omega_\alpha), (\beta, \omega_\beta) \in M_{\alpha\omega}\,(\,(\beta, \omega_\beta) > (\alpha, \omega_\alpha) \Leftrightarrow (\beta > \alpha \ \wedge \ \omega_\beta = \omega_\alpha) \vee (\,\omega_\beta > \omega_\alpha\,)\,), \qquad (1)$$

а диагональное отношение равенства на $M_{\alpha\omega}$ имеет вид

$$\forall(\alpha, \omega_\alpha), (\beta, \omega_\beta) \in M_{\alpha\omega}\,(\,(\alpha, \omega_\alpha) = (\beta, \omega_\beta) \Leftrightarrow \alpha = \beta \ \wedge \ \omega_\alpha = \omega_\beta\,). \qquad (2)$$

Дальше в работе под отношениями порядка и равенства на множестве $M_{\alpha\omega}$ будут иметься в виду отношения (1) и (2) соответственно. В частности выполнение отношения $\geq$ будет означать выполнение отношений (1) или (2).

В работе [3], показано как можно моделировать неопределенные параметры систем электроснабжения (СЭС) с помощью слабых множеств, функции уровней которых не задают элементам универсума никаких конкретных степеней принадлежности слабому множеству, а только направленные уровни принадлежности. В случае моделирования неопределенных параметров СЭС последние целесообразно интерпретировать следующим образом. Положительно направленные уровни принадлежности – как нижнюю точную грань возможных значений степеней принадлежности соответствующих элементов универсума в то время, как верхняя грань принадлежности этих элементов никак не регламентируется и ограничивается только максимальным элементом $\vee M_\alpha$ пространства ненаправленных уровней принадлежности. Отрицательно направленные уровни принадлежности интерпретируются как верхняя точная грань возможных значений степеней принадлежности тогда, когда нижняя точная грань принадлежности элементов универсума, которые имеют отрицательный уровень принадлежности, никак не задается и ограничивается только минимальным элементом $\wedge M_\alpha = 0$

пространства M_α.

На сегодняшний день известен только один источник информации для построения функций принадлежности нечетких множеств и функций уровней слабых множеств – экспертные оценки параметров этих функций. Для построения функций принадлежности нечетких множеств на основе экспертных оценок разработано значительное количество методов [4, 5]. Аналогичные методы построения функций уровней слабых множеств до этого времени не известны. В данной работе впервые анализируются особенности построения функций уровней слабых множеств на основе экспертных процедур и формулируются принципы создания соответствующих методов на примере функций уровней слабых множеств мощности элементов СЭС, предложенных авторами в работе [3].

Обосновывая принципы построения функций уровней слабых множеств, будем исходить из опыта использования известных методов построения функций принадлежности нечетких множеств.

Методы построения функций принадлежности нечетких множеств с использованием экспертных оценок их параметров можно разделить на прямые и косвенные, которые в свою очередь разделяются на методы для одного эксперта и методы для группы экспертов. Прямые методы предусматривают непосредственное назначение степеней принадлежности элементам универсума или задание аналитической функции, которая будет выполнять роль функции принадлежности. Экспертная информация в косвенных методах является только исходной для дальнейшего построения функций принадлежности с использованием тех или иных правил, зависящих от выбранного метода. Поэтому с помощью программных экспертных систем для косвенных методов результат экспертной процедуры, как правило, можно получить значительно быстрее, чем в случае использования прямых методов. На сегодняшний день существует значительное количество научных работ, посвященных разработке прямых и косвенных методов построения функций принадлежности нечетких множеств. В работах [4, 5] содержится обзор существующих методов построения функций принадлежности нечетких множеств.

По аналогии с методами построения функций принадлежности нечетких множеств для слабых множеств также будем отличать прямые и косвенные методы построения функций направленных уровней принадлежности. **Прямыми** будем называть методы, согласно которым эксперт непосредственно назначает направленные уровни принадлежности элементам универсума, трактуя их как нижнюю точную грань возможных уровней принадлежности неизвестному слабому множеству в случае положительно направленных уровней принадлежностей или верхнюю точную грань уровней принадлежности (в случае отрицательно направленных уровней принадлежности). **Косвенными** методами построения функций уровней слабого множества будем называть методы, в которых полученная от эксперта информация не задает непосредственно уровни принадлежности, а является исходной для их определения тем или иным способом, удовлетворяющим заранее заданные условия, обеспечивающим однозначный результат построения функции уровней. Среди косвенных методов выделим так называемый **параметрический метод,** согласно которому вид функции уровней задается аксиоматически или выбирается экспертом или лицом, принимающим решение из заданного стандартного набора возможных графиков этих функций, каждый из которых задается тем или иным количеством параметров. После этого в диалоге с ЭВМ эксперт оценивает значение параметров функции того вида, который был выбран на предыдущем этапе работы. В результате этого получается конкретная функция уровней слабого множества. Если для метода построения функции уровней слабого множества будет достаточно использование экспертных оценок только одного эксперта, то такой метод будем называть **методом для одного эксперта**, а если метод будет требовать использования экспертных оценок группы экспертов, то – **методом для группы экспертов**. Далее рассмотрим основные принципы построения функций уровней слабых множеств мощности элементов СЭС на основе косвенных параметрических оценок этих функций одним экспертом или группой экспертов.

В работе [3] авторы ввели понятие обычного множества активной мощности узла электросети $\{p\}$ с известной мощностью P как множества вида $\{p \mid 0 \le p \le P\}$ и слабого множества мощности $\tilde{\tilde{P}}$ с функцией уровней $\nu_P(p)$ такой, что

$$\exists p \ge 0(\nu_P(p) = 1^+); \tag{3}$$

$$\exists p \ge 0\ (\nu_P(p) = 0^-); \tag{4}$$

$$\forall p_1, p_2 \in \text{н}_P^{-1}(]0^-;1^+[)\ (\ p_1 < p_2\ \Rightarrow\ \nu_P(p_1) > \nu_P(p_2)\ ); \tag{5}$$

$$\forall p_0 \in \text{н}_P^{-1}(]0^-;1^+[)\ \forall \varepsilon > 0 \exists \delta > 0 \forall p \ge 0(\rho_{\text{R}}(p, p_0) < \delta\ \Rightarrow\ \rho_M(\nu_P(p), \nu_P(p_0)) < \varepsilon)). \tag{6}$$

Условие (3) позволяет сформулировать **первый принцип** построения функций уровней слабых множеств мощности элементов СЭС, согласно которому для узла электросети с неопределенной нагрузкой P эксперт способен задать такую нагрузку $p \ge 0$, для которой с полной уверенностью будет выполняться условие $p \le P$, что формально задается равенством $\nu_P(p) = 1^+$. Аналогично условие (4) позволяет сформулировать **второй принцип**: для узла электросети с неопределенной нагрузкой эксперт способен с абсолютной уверенностью назвать такую мощность p, которая будет превышать неизвестную мощность этого узла, что формально соответствует равенству $\nu_P(p) = 0^-$.

Условие (5) фактически задает строго убывающую функцию уровней слабого множества мощности узла СЭС на интервале значений мощности, который является полным прообразом открытого интервала]0; 1[при отображении ν_P, то есть $\text{н}_P^{-1}(]0^-;1^+[)$. Это условие позволяет сформулировать **третий принцип** построения функций уровней слабых множеств мощности, согласно которому степень уверенности эксперта в том, что заданная величина мощности не превышает мощность элемента СЭС должна уменьшаться с увеличением заданной величины мощности. Действительно, пусть относительно мощности p_1 эксперт имеет некоторый уровень уверенности в том, что p_1 не превышает реальную мощность P узла электросети. Пусть точная грань этого уровня уверенности равна $\nu_P(p_1)$. Очевидно, любая большая мощность p_2 имеет больше шансов превысить ту же реальную мощность P узла электросети. Поскольку точная грань уверенности в том, что $p_2 \le P$ задается степенью принадлежностей $\nu_P(p_2)$, то мы приходим к условию (5).

Условие (6) задает **четвертый принцип,** согласно которому функция уровней слабого множества мощности должна быть непрерывной на интервале значений мощности $\text{н}_P^{-1}(]0^-;1^+[)$. Последний принцип вполне естественный с точки зрения выбранных объектов моделирования и процесса экспертной оценки их значений. Действительно, объяснить причину скачкообразного изменения предельного значения уверенности эксперта в некоторой точке $p_0 \in \text{н}_P^{-1}(]0^-;1^+[)$ можно только ошибкой эксперта на этом этапе экспертной процедуры или на предыдущих ее этапах.

Пятый принцип, который необходимо учитывать в процессе выполнения экспертных процедур, очевидно, должен состоять в следующем: параметры, которые должен оценить эксперт, не должны носить формально математического характера без возможности четкой их формулирования на основе понятий прикладной задачи, глубоко понятных эксперту.

Исходя из первых двух и пятого принципов, можно сделать важный вывод о том, что в косвенной параметрической процедуре построения функций уровней слабых множеств нагрузки эксперту целесообразно поручить оценку двух, хорошо понятных ему, параметров $P_{\min}$ и $P_{\max}$, где $\text{P}_{\min}$ соответствует самому большому возможному значению мощности, относительно которого даже нижняя граница уверенности эксперта в том, что такая мощность не превышает мощности узла сети, равна 100%, а $\text{P}_{\max}$ соответствует наименьшему возможному значению мощности, для которого даже верхняя граница уверенности эксперта в том, что такая мощность не превышает мощность узла сети равна

нулю. После оценки этих параметров с большой уверенностью можно считать, что любая мощность $p \le P_{min}$ не превышает неизвестную мощность узла сети, а любые значения $p \ge P_{max}$ превышают эту мощность. Что касается интервала возможных значений мощности элемента СЭС $]P_{min}; P_{max}[$, то согласно принципам 1 – 4 на этом интервале зависимость $\nu_P(p)$ должна описываться строго убывающей непрерывной функцией, которая задается двумя параметрами.

В работе [4] приводится стандартный набор графиков функций, которые использовались разными авторами в косвенных параметрических процедурах построения функций принадлежностей нечетких множеств. Из этого набора авторами были выбраны графики, соответствующие всем сформулированным выше требованиям к экспертным процедурам построения функции уровней слабого множества мощности с точностью до замены обычных декартовых осей координат на направленные оси, введенные авторами в работе [6] для изображения графиков функций уровней слабых множеств. Аналоги этих графиков в направленных осях изображены на рис. 1, 2. На рис. 1 изображена строго убывающая непрерывная на интервале возможных значений мощности $]P_{min}; P_{max}[$ функция уровней. Эту зависимость $\nu(p)$, с точностью до соответствующей замены системы координат, можно аппроксимировать с помощью нормального закона Гаусса, который, как известно, задается двумя параметрами. Такую функцию уровней слабого множества будем называть нормальной. На рис. 1 изображен график обычной убывающей линейной функции на интервале возможных значений мощности $]P_{min}; P_{max}[$. Такую функцию уровней слабого множества будем называть линейной. Эту функцию можно задать любыми двумя точками, которые лежат на линии ее графика. Если для этого всегда использовать точки $(P_{min}; 1^+)$ и $(P_{max}; 0^-)$, то, очевидно, линейная функция уровней слабого множества мощности будет задаваться двумя параметрами P_{min} и P_{max}.

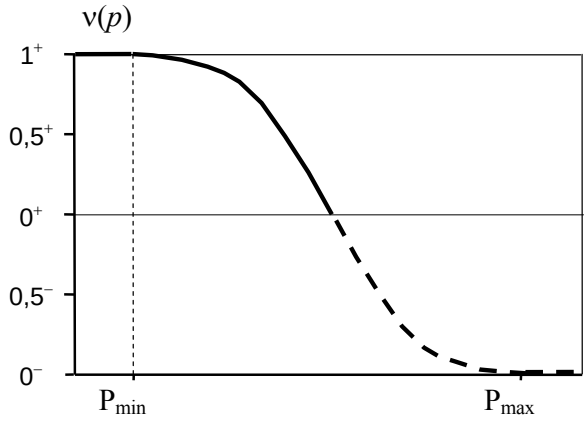

Рис. 1. Общий вид функции уровней нормального слабого множества мощности

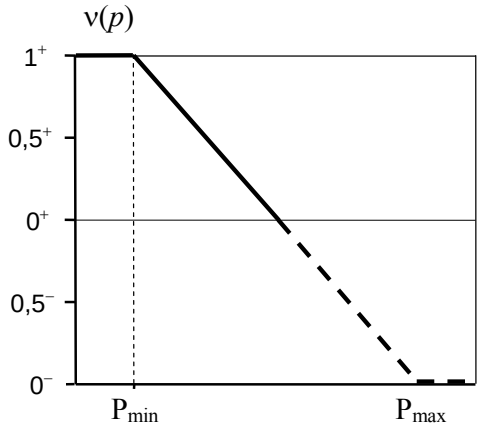

Рис. 2. Общий вид функции уровней линейного слабого множества мощности

Для того, чтобы проверить, какой из отобранных функций будут отдавать предпочтение эксперты, авторами были спланированы и проведены экспертные процедуры по оценке параметров и выбору вида функций уровней слабого множества мощности в узлах винницких высоковольтных электросетей, которые не наблюдаются диспетчером. В проведенных исследованиях в роли экспертов выступили диспетчеры и инженеры группы режимов диспетчерских служб как наиболее компетентные специалисты в вопросах режимов электросетей. На роль экспертов были отобраны наиболее опытные специалисты указанной категории со стажем работы не менее трех лет, которые способны были хорошо понять и усвоить неформальное содержание экспертной процедуры. Кроме приведенных на рис. 1, 2 видов функций, экспертам была предоставлена возможность выбирать еще три вида графиков функций, которые задаются более чем двумя параметрами.

Результаты выполненных исследований показали, что в подавляющем большинстве слу-

чаев эксперты выбирали линейный и нормальный вид функции уровней, и лишь в единичных случаях выбор падал на другие виды этих функций. Причем для разных узлов электросети как разные эксперты, так и один и тот же эксперт выбирали как одинаковые, так и разные виды функций. При этом для случая линейной функции уровней задавалась, как правило, существенно меньшая длина отрезка $[P_{min}; P_{max}]$, чем для случая нормальной функции. Кроме заданного узла сети, на выбор экспертом вида функции уровней влияли время суток, день недели и время года, для которых выполнялась экспертная оценка слабого множества мощности. Авторы поставили перед собой задачу выявить закономерность в выборе экспертами нормального либо линейного вида функции уровней слабого множества мощности.

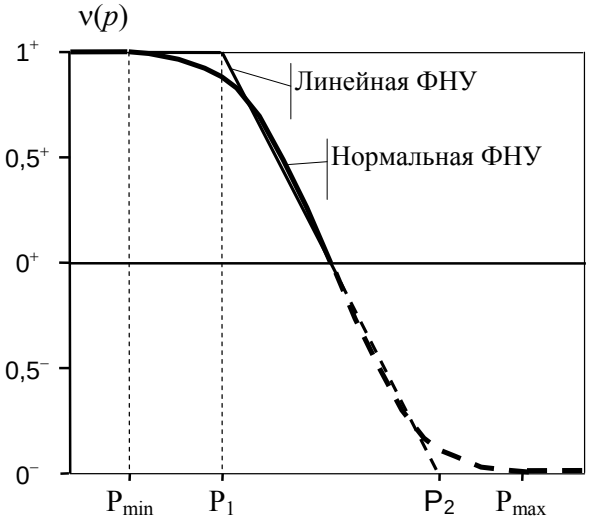

Рис. 3. Линейная и нормальная функции направленных уровней слабого множества мощности

Такая закономерность была выявлена в результате выполненного авторами, при участии экспертов, анализа обстоятельств, при которых проводилась экспертиза. Основным фактором, который влиял на выбор вида функции уровней, была уверенность эксперта в своих оценках. Если эксперт хорошо представлял себе режим потребления мощности в заданном для экспертизы узле при заданных обстоятельствах, то разброс возможных значений мощности $[P_1; P_2]$ задавался им сравнительно небольшим и избирался линейный вид функции уровней (рис. 2). Это соответствовало тому, что при увеличении возможного значения нагрузки узла сначала нижняя, а потом верхняя границы уверенности эксперта в том, что эта мощность потребляется в узле, убывали равномерно. Если же эксперт чувствовал себя неуверенно, то есть имел недостаточное представление о режиме потребления мощности в заданном узле при заданных условиях, то он, естественно, задавал значительно больший разброс возможных значений мощности $[P_{min}; P_{max}]$ (рис. 3), содержащий некоторый "запас на неуверенность". Поступить по-другому эксперт не мог потому, что правила экспертной процедуры требовали, чтобы неизвестное значение мощности узла с полной уверенностью содержалось в заданном диапазоне значений. В этом случае эксперт избирал нормальный вид функции уровней (рис. 1). Теперь, согласно интерпретации направленных уровней слабого множества мощности, вблизи значений P_{min} и P_{max} предельная уверенность эксперта спадала в соответствии с нормальной функцией уровней медленно, что частично компенсировало "лишний" разброс возможных значений мощности узла. Действительно, из рис. 3 видно, что в результате такого медленного уменьшения положительно направленных уровней на отрезке $[P_{min}; P_1]$ и отрицательно направленных – на отрезке $[P_2; P_{max}]$ верхняя и нижняя границы уверенности эксперта оставались близкими к 100% и 0% соответственно. В то же время на отрезке $[P_1; P_2]$ уменьшение предельной уверенности приближается к линейному закону, что соответствует свойствам интегральной функции Гаусса.

Таким образом, полученные результаты и их анализ показали, что именно нормальный и линейный виды функций уровней слабого множества мощности узла электросети являются наиболее естественными для процесса экспертной оценки этого слабого множества.

Выводы

В работе, базируясь на результатах проведенных теоретических исследований и экспертных процедур, обоснованы общие принципы построения функций уровней слабых множеств мощности узлов систем электроснабжения. Показано, что в косвенных параметрических экспертных процедурах построения функций уровней слабых множеств мощности целесообразно использовать функции, которые задаются двумя параметрами P_{min} и P_{max}, раскрыто энергетическое содержание этих параметров. Обосновано, что функции уровней, которые выбирает эксперт, должны быть непрерывными и строго убывающими на интервале значений $]P_{min}; P_{max}[$. Показано, что в качестве таких функций целесообразно использовать нормальные и линейные функции уровней. Полученные результаты могут быть использованы в процессе создания косвенных параметрических методов построения функций уровней слабых множеств мощности силовых элементов систем электроснабжения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Мокін Б. І. Слабкі множини та їх застосування до розв'язання задач прийняття рішень в умовах невизначеності даних / Б. І. Мокін, В. В. Камінський // Вісник ВПІ. – 2004. – № 3. – С. 102 – 108.

2. Мокін Б. І. Слабкі множини як альтернатива нечітким множинам в моделюванні невизначених параметрів складних систем / Б. І. Мокін, В. В. Камінський // Вісник ВПІ. – 2006. – № 6. – С. 226 – 230.

3. Мокін Б. І. Математичне моделювання невизначених параметрів режиму електромереж з допомогою слабких множин / Б. І. Мокін, В. В. Камінський // Вісник ВПІ. – 2005. – № 6. – С. 89 – 96.

4. Модели принятия решений на основе лингвистической переменной / [А. Н. Борисов, А. В. Алексеев, О. А. Крумберг и др.] – Рига: Зинатне, 1982. – 256 с.

5. Нечеткие множества в моделях управления и искусственного интеллекта / [А. Н. Аверкин, И. З. Батыршин, А. Ф. Блишун, В. Б. Силов, В. Б. Тарасов] / Под. ред. Д. А. Поспелова – М.: Наука, 1986. – 312 с.

6. Мокін Б. І. Геометрична інтерпретація слабких множин та їх систем нечітких реалізацій / Б. І. Мокін, В. В. Камінський // Вісник ВПІ. – 2006. – № 4. – С. 34 – 47.

Мокин Борис Иванович – д. т. н., профессор, академик НАПНУ, профессор кафедры восстановительной энергетики и транспортных электрических систем и комплексов;

Каминский Вячеслав Викторович – к. т. н., доцент кафедры электротехнических систем электропотребления и энергетического менеджмента.

Винницкий национальный технический университет.