УДК 621.313.333

М. И. Бурбело, д. т. н., проф.; А. В. Гадай, к. т. н.; Ю. В. Ильчук

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ АСИНХРОННЫХ ДВИГАТЕЛЕЙ В ПУСКОВЫХ РЕЖИМАХ В УСЛОВИЯХ НЕСИНУСОИДАЛЬНОСТИ НАПРЯЖЕНИЯ ПИТАНИЯ

Разработана нелинейная математическая модель асинхронного двигателя для анализа пусковых режимов в условиях несинусоидальности напряжения питания.

Ключевые слова: *асинхронный двигатель, математическая модель, несинусоидальность напряжения, пусковой режим.*

Рассмотрение проблемы и постановка задания

Несинусоидальные режимы электрических сетей отрицательно сказываются на работе асинхронных двигателей (АД). Их КПД падает, а динамические свойства ухудшаются. Недопустимое согласно ГОСТ 13109-97 содержание высших гармоник в электрических сетях создает тормозной момент, который может привести к „зависанию" АД на определенной скорости. Применение фильтро-компенсирующих устройств в пусковых режимах АД требует технического и экономического обоснования.

Обоснование результатов

При синусоидальном напряжении питания направление и скорость вращения намагничивающих сил статора и ротора совпадают. При наличии высших гармоник прямого чередования фаз (4-ой, 7-ой, 10-ой, 13-ой, ...) гармонические составляющие поля статора вращаются в том же направлении, что и основная гармоническая составляющая, со скоростями меньшими от скорости основной гармоники соответственно в 4, 7, 10, 13, ... раз [1]. Начиная с момента пуска и до момента времени, когда скорости гармонических составляющих поля статора становятся равными скорости ротора, эти гармоники создают моменты, действующие согласно с моментом основной гармоники, а с момента времени, когда их скорости становятся большими от скорости ротора, – создают моменты, которые направлены встречно моменту основной гармоники. Гармонические составляющие поля статора обратного чередования фаз (2-я, 5-я, 8-я, 11-я, ...) вращаются в обратном направлении со скоростью меньшей от скорости основной гармоники соответственно в 2, 5, 8, 11,... раз. Они создают моменты, которые всегда направлены против момента основной гармоники.

Систему уравнений АД представим в обобщенном виде

$$\mathbf{L}\frac{d\mathbf{i}}{dt} = \mathbf{u} - \mathbf{Z}\mathbf{i}, \qquad (1)$$

где $\mathbf{L}$, $\mathbf{Z}$ – матрицы индуктивностей и сопротивлений АД; $\mathbf{u}$, $\mathbf{i}$ – векторы напряжений и токов АД; $\frac{d\mathbf{i}}{dt}$ – вектор производных токов АД по времени.

Наиболее простой для исследования АД при синусоидальном напряжении питания является система дифференциальных уравнений в ортогональных координатах [3]

$$\begin{bmatrix} L_s & 0 & L_m & 0 \\ 0 & L_s & 0 & L_m \\ L_m & 0 & L_r & 0 \\ 0 & L_m & 0 & L_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{di_{s\alpha}}{dt} \\ \frac{di_{s\beta}}{dt} \\ \frac{di_{r\alpha}}{dt} \\ \frac{di_{r\beta}}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_{s\alpha} \\ u_{s\beta} \\ u_{r\alpha} \\ u_{r\beta} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} R_s & 0 & 0 & 0 \\ 0 & R_s & 0 & 0 \\ 0 & \omega_r L_m & R_r & \omega_r L_r \\ -\omega_r L_m & 0 & -\omega_r L_r & R_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{s\alpha} \\ i_{s\beta} \\ i_{r\alpha} \\ i_{r\beta} \end{bmatrix}, \quad (2)$$

где $u_{s\alpha}, u_{s\beta}$ – напряжения статора соответственно по осях α, β; $u_{r\alpha}, u_{r\beta}$ – напряжения ротора соответственно по осях α, β; $i_{s\alpha}, i_{s\beta}$, $i_{r\alpha}, i_{r\beta}$ – токи обмотки статора и ротора соответственно по осям α, β; R_s, R_r – активные сопротивления статора и ротора; L_s, L_r – полные индуктивности статора и ротора; $L_m = \frac{\psi_m}{i_m}$ – статичная индуктивность намагничивания; ω_r – частота вращения ротора.

Модель (2) можно использовать для качественного исследования пусковых режимов АД при несинусоидальном напряжении питания. В соответствии с [4] будем считать, что каждая из гармоник поля создается двумя парами обмоток, расположенными на статоре и роторе по осям α, β.

Расширяя систему уравнений (2), например, при наличии одной высшей ν-ой гармоники к виду:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{L}_1 & 0 \\ 0 & \mathbf{L}_\nu \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{d\mathbf{i}_1}{dt} & \frac{d\mathbf{i}_\nu}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{u}_1 \\ \mathbf{u}_\nu \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \mathbf{Z}_1 & 0 \\ 0 & \mathbf{Z}_\nu \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{i}_1 \\ \mathbf{i}_\nu \end{bmatrix}, \quad (3)$$

где $\mathbf{L}_1, \mathbf{L}_\nu$; $\mathbf{Z}_1, \mathbf{Z}_\nu$ – субматрицы индуктивностей и сопротивлений АД; $\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_\nu$; $\mathbf{i}_1, \mathbf{i}_\nu$ – субвекторы напряжений и токов АД; $\frac{d\mathbf{i}_1}{dt}, \frac{d\mathbf{i}_\nu}{dt}$ – субвекторы производных токов по времени для основной и ν-ой гармоник, и введя уравнение механического движения

$$\frac{d\omega_r}{dt} = \frac{\frac{3}{2} \mathrm{p_0 L}_m \left[\left(i_{s\beta(1)} i_{r\alpha(1)} - i_{s\alpha(1)} i_{r\beta(1)} \right) + \left(i_{s\beta(\nu)} i_{r\alpha(\nu)} - i_{s\alpha(\nu)} i_{r\beta(\nu)} \right) \right] - M}{J}, \quad (4)$$

где M – механический момент; J – момент инерции; p_0 – количество пар полюсов машины, можно проанализировать пусковые режимы АД при несинусоидальном напряжении питания.

Более сложными являются модели, базирующиеся на использовании нелинейных дифференциальных уравнений [5]. С использованием индуктивностей, учитывающих нелинейность цепи намагничивания $l_\alpha = (L_\partial - L_m)\left(\frac{i_\alpha}{i_m}\right)^2$; $l_{\alpha\beta} = (L_\partial - L_m)\left(\frac{i_\alpha i_\beta}{i_m^2}\right)$; $l_\beta = (L_\partial - L_m)\left(\frac{i_\beta}{i_m}\right)^2$, где $L_\partial = \frac{d\psi_m}{di_m}$ – дифференциальная индуктивность намагничивания [6], математическая модель АД приобретет следующий вид:

$$\begin{bmatrix} L_s+l_\alpha & l_{\alpha\beta} & L_m+l_\alpha & l_{\alpha\beta} \\ l_{\alpha\beta} & L_s+l_\beta & l_{\alpha\beta} & L_m+l_\beta \\ L_m+l_\alpha & L_{\alpha\beta} & L_r+l_\alpha & l_{\alpha\beta} \\ l_{\alpha\beta} & L_m+l_\beta & l_{\alpha\beta} & L_r+l_\beta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{di_{s\alpha}}{dt} \\ \frac{di_{s\beta}}{dt} \\ \frac{di_{r\alpha}}{dt} \\ \frac{di_{r\beta}}{dt} \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} u_{s\alpha} \\ u_{s\beta} \\ u_{r\alpha} \\ u_{r\beta} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} R_s & 0 & 0 & 0 \\ 0 & R_s & 0 & 0 \\ 0 & \omega_r L_m & R_r & \omega_r L_r \\ -\omega_r L_m & 0 & -\omega_r L_r & R_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{s\alpha} \\ i_{s\beta} \\ i_{r\alpha} \\ i_{r\beta} \end{bmatrix}, \quad (5)$$

С целью анализа энергетических показателей во время пусковых процессов использованы поточные значения активной и реактивной мощностей, для определения которых осуществляется интегрирование на скользящем интервале времени длительностью полпериода напряжения (тока) питания АД произведения мгновенных величин [7]:

$$P(t) = \frac{1{,}5}{T/2} \int_{t-T/2}^{t} (u_{s\alpha}(t) i_{s\alpha}(t) + u_{s\beta}(t) i_{s\beta}(t)) dt;$$

$$Q(t) = \frac{1{,}5}{T/2} \int_{t-T/2}^{t} (u'_{s\alpha}(t) i_{s\alpha}(t) + u'_{s\beta}(t) i_{s\beta}(t)) dt, \quad (6)$$

где $u'_{s\alpha}(t)$; $u'_{s\beta}(t)$ – мгновенные значения составляющих напряжения статора в α, β-координатах, сдвинутые по фазе на угол π/2.

Для решения системы уравнений (3), (4) используем метод Рунге-Кутта четвертого порядка. На рис. 1 изображены часовые зависимости частоты вращения ротора АД при синусоидальном (1) и несинусоидальном (2) напряжении питания с содержанием седьмой гармоники 5 %. На рис. 2 приведены зависимости электромагнитных моментов, созданных полными токами (1) и токами седьмой гармоники (2).

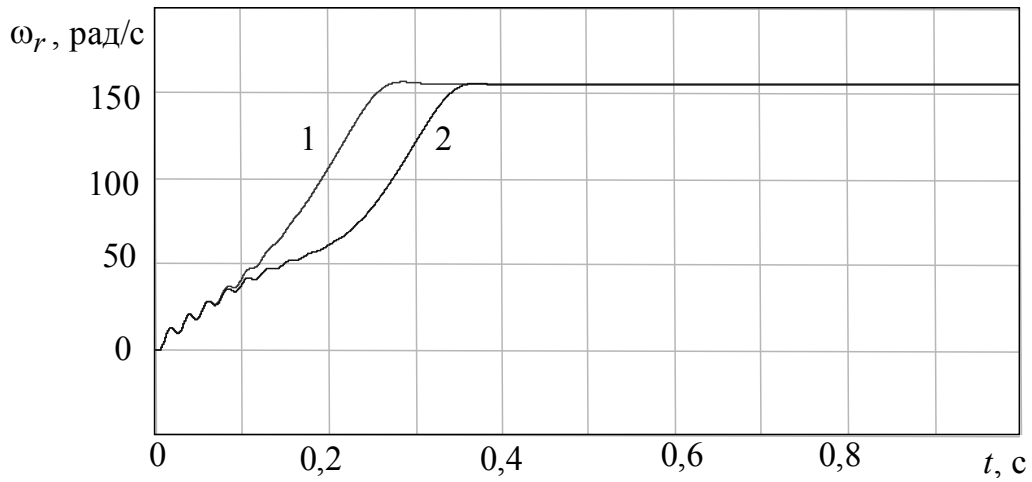

Рис. 1. Зависимости частоты вращения во время пускаАД при синусоидальном и несинусоидальном напряжениях питания

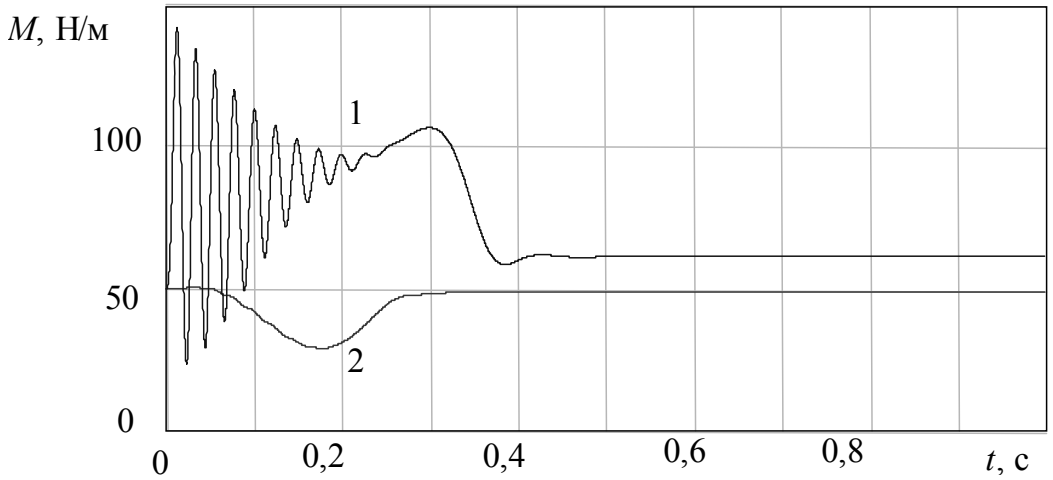

Рис. 2. Зависимости электромагнитных моментов АД при несинусоидальном напряжении питания

На рис. 3 и рис. 4 приведены зависимости активной и реактивной мощностей, полученные при моделировании АД при синусоидальном (1) и несинусоидальном (2) напряжениях питания.

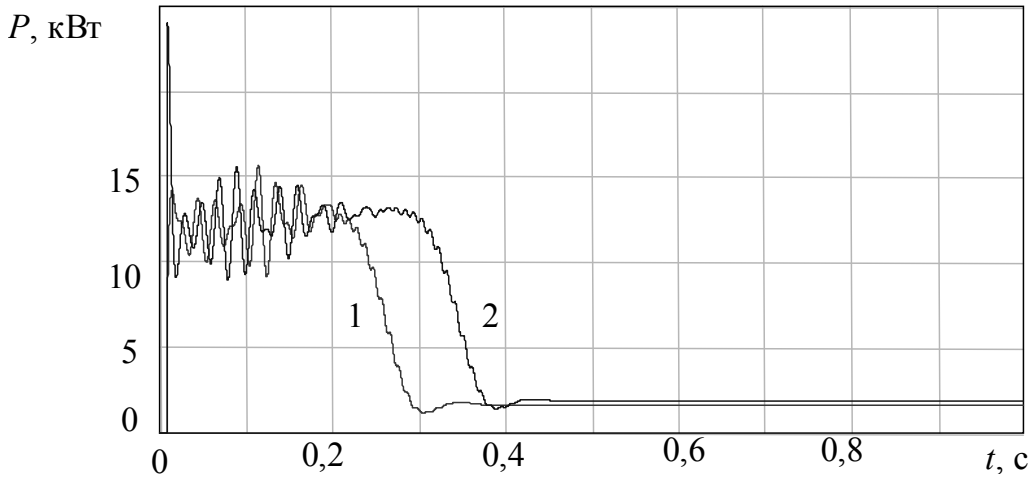

Рис. 3. Зависимости активной мощности во время пуске АД при синусоидальном и несинусоидальном напряжениях питания

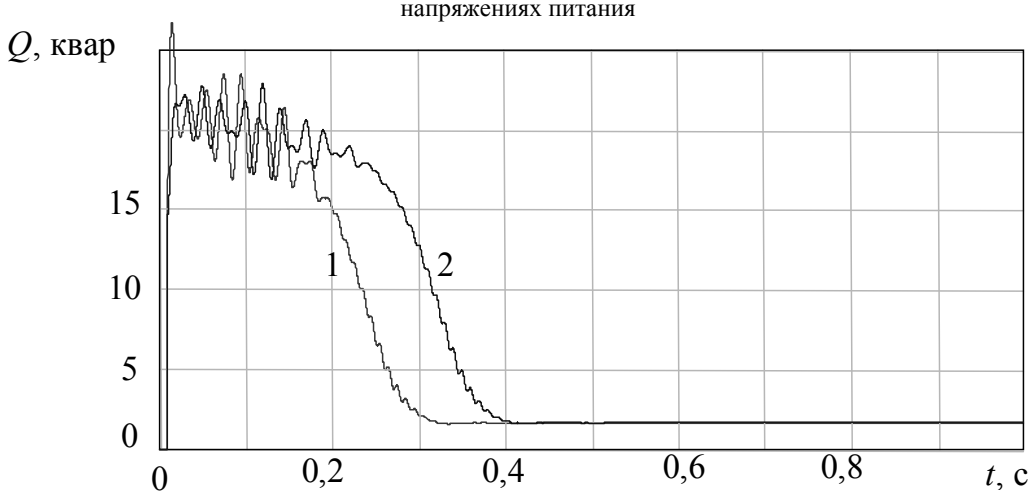

Рис. 4. Зависимости реактивной мощности во время пуске АД при синусоидальном и несинусоидальном напряжениях питания

Использование часовых зависимостей активной и реактивной мощностей позволит проанализировать эффективность использования фильтро-компенсирующих устройств в пусковых режимах асинхронных двигателей.

Выводы

Разработана нелинейная математическая модель асинхронного двигателя для анализа пусковых режимов в условиях несинусоидальности напряжения питания. Проанализированы зависимости активной и реактивной мощностей во время пуска двигателя.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Вольдек А. И. Электрические машины / А. И. Вольдек. – Л.: Энергия, 1974. – 840 с.

2. Костенко М. П. Электрические машины. Ч. 2. Машины переменного тока / М. П. Костенко, Л. М. Пиотровский. – Л.: Энергия. – 1973. – 648 с.

3. Копылов И. П. Электрические машины / И. П. Копылов. – М.: Энергоатомиздат, 1986. – 360 с.

4. Копылов И. П. Математическое моделирование электрических машин / И. П. Копылов. – М.: Высшая школа, 2001. – 327 с.

5. Беспалов В. Я. Математическая модель асинхронного двигателя в обобщенной ортогональной системе координат / В. Я. Беспалов, Ю. А. Мощинский, А. П. Петров // Электричество. – 2002. – №8. – С. 33 – 39.

6. Бурбело М. Й. Математичні моделі для аналізу перехідних режимів асинхронних двигунів [Електронний ресурс] / М. Й. Бурбело, А. В. Гадай, І. В. Бальзан // Наукові праці ВНТУ. – 2008. – № 4. – 4 с.: Реж. дост. до журн. – http://www.nbuv.gov.ua/e-journals/VNTU/2008-4/2008-4.files/uk/08miboam_uk.pdf

7. Бурбело М. Й. Динамічна компенсація реактивної потужності в пускових режимах електроприводів. Монографія / М. Й. Бурбело, А. В. Гадай. – Вінниця: УНІВЕРСУМ-Вінниця, 2010. – 104 с.

Бурбело Михаил Иосифович – д. т. н., профессор, заведующий кафедрой электротехнических систем электропотребления и энергетического менеджмента.
Винницкий национальный технический университет.

Гадай Андрей Валентинович – доцент кафедры электроснабжения.
Луцкий национальный технический университет.

Ильчук Юрий Витальевич – инженер.
Винницкий национальный технический университет.