

УДК 519.863

Г. Ю. Дерман; Т. Н. Боровская, к. т. н., доц.; В. А. Северилов, к. т. н., доц.

РАЗРАБОТКА СИСТЕМЫ ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ РАЗВИТИЕМ ПРИ НАЛИЧИИ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТЕЙ

Предложена не имеющая аналогов трёхуровневая система управления развитием многопродуктовой производственной системы. На первом уровне решается одношаговая задача оптимального распределения ресурсов системы между производственными элементами, на втором уровне – многошаговая вариационная задача развития. На третьем уровне на основании данных подсистемы прогнозирования определяются параметры коррекции стратегии развития. Использована алгебраизация задач динамики и оптимизации.

Ключевые слова: прогнозирование, оптимальное развитие, распределение ресурсов, вариационная задача, модель-предиктор, композитная модель, субмодель, обобщенная производственная система, алгебраизация задач.

Постановка проблемы. Современные производственные системы находятся в состоянии постоянных изменений технологии и продукции. Идее «кибернетической корпорации» с моделью этой же корпорации в контуре автоматизированной системе управления более пятидесяти лет. Сегодня уровень реализации этой идеи не стал выше. Надёжно и эффективно реализованы функции оформления транзакций, всевозможного учёта и статистического анализа. Однако функции прогнозирования и оптимального управления развитием реализуются топ-менеджерами на основе интуиции и опыта. Существуют программы-роботы, которые самостоятельно оптимизируют портфели ценных бумаг по результатам анализа финансовых рынков. Судить о реальном состоянии этого сектора науки затруднительно из-за отсутствия (по причинам конфиденциальности) информации об используемых программах-предикторах и системах бизнес-аналитики.

Рассматриваем оптимальное управление процессом развития распределённой технологической системы в сложном окружении. Вместо старого штампа «неопределённость» используем новый – «сложное окружение». Имеется в виду глобализация: окружение – не пассивная «гауссовская стихия», а десятки «ближних» и тысячи «дальних» поставщиков, потребителей и конкурентов. Обозначение феномена – «глобализация» является нестрогим и нечётким. Наличие фундаментальных работ, большое количество качественных монографий создают иллюзию полной завершённости этого научного направления. Однако сегодня новые и сложные технические задачи не только возникают чаще, но и «вешат» неизмеримо больше. Сегодня игнорирование новой технологии в производстве ведёт к потере потребителей, затем – к потере сегмента производства, а затем – к разрушению социальной структуры и возникновению очередного «негосударства».

Термин «процесс развития» имеет биологическое происхождение, применительно к производству – это выделение некоторой оптимальной части ресурсов производственной системы на обновление номенклатуры, конструкции продукции и технологии производства. Цель развития – стабильность и рост эффективности. Что касается количественного роста, то современное производство всегда имеет определённые пределы роста: технически несложно насытить потребности в коммунаторах, ноутбуках, средствах транспорта.

Постановка задачи – разработка математической модели-предиктора, базирующейся на оптимальных по интегральному критерию процессах развития. Модель развития для всех допустимых начальных условий, функций освоения, производства и возмущений должна рассчитывать оптимальный процесс. Интерпретация интегрального критерия – накопленный за плановый период эффект или накопленные затраты при соответствующих ограничениях. Имеем довольно сложную задачу, которую решаем поэтапно: выбираем и разрабатываем

функциональные модули, собираем из них требуемую модель. При этом возникает терминологическая проблема: собранная модель не может быть классифицирована как система управления, где связи между блоками имеют характер «вход-выход». Это также и не иерархическая система моделей [1 – 3] и не метамодель [4 – 5]. Назовём разрабатываемую структуру «композитной моделью».

Конструирование композитной модели процесса развития

Определение композитной модели выполним на базе концепции моделей UML. В UML определены транзитивные диаграммы *коммуникации* и *последовательности*, которые выражают взаимодействие, но показывают его различными способами и с достаточной степенью точности могут быть преобразованы одна в другую. *Диаграмма коммуникации* (Communication diagram, в UML 1.x — диаграмма кооперации, collaboration diagram) — диаграмма, на которой отображаются взаимодействия между частями композитной структуры или ролями кооперации. В отличие от диаграммы последовательности, на диаграмме коммуникации явно указываются отношения между элементами (объектами), а время как отдельное измерение не используется (применяются порядковые номера вызовов). *Диаграмма последовательности* (Sequence diagram) — диаграмма, на которой изображается упорядоченное во времени взаимодействие объектов. В частности, на ней изображаются участвующие во взаимодействии объекты и последовательность сообщений, которыми они обмениваются.

Все представленные модели можно использовать автономно. Функциональные субмодели расслоены и ориентированы на конкретные сегменты производства. Очевидно, характеристики спроса на танкеры и прогулочные катера различны не только параметрически, но и структурно.

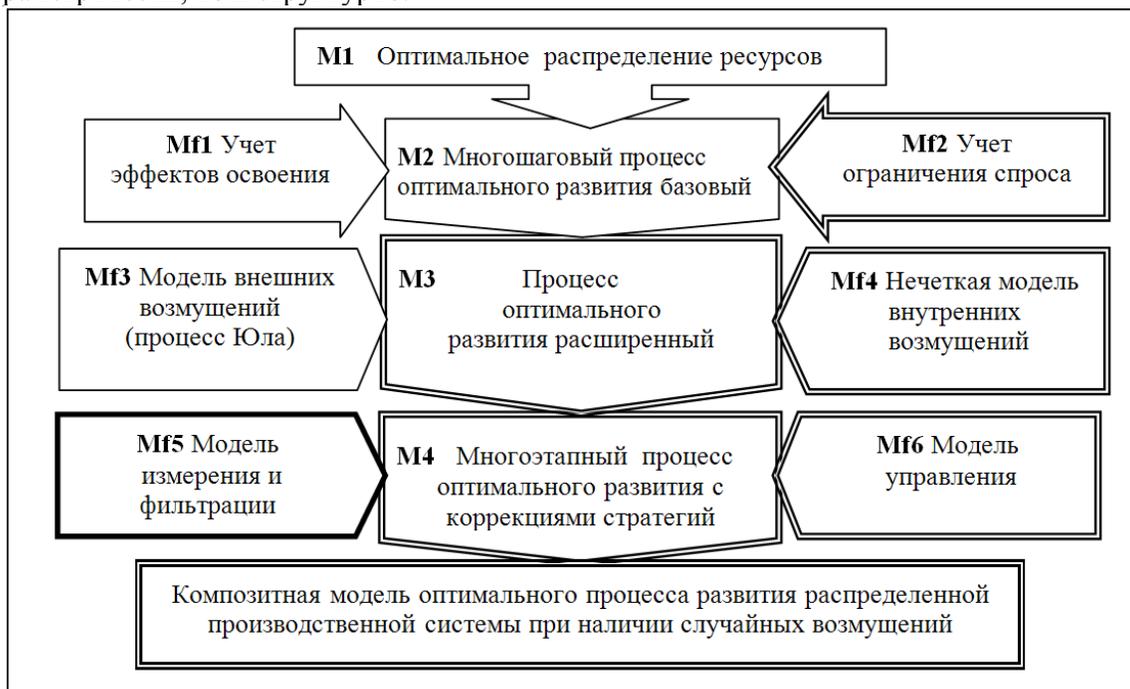


Рис. 1. Схема конструирования композитной модели процесса развития

Информационная технология конструирования модели включает функциональную, структурную и редукционную декомпозиции, алгебраизацию моделей динамики и оптимизации, сведение сложных многомерных нелинейных систем к псевдоодномерной форме. Рассмотрим последовательность моделей развития.

Модель оптимального распределения ресурсов – одношаговый процесс

Для компактного и целостного представления модели оптимального распределения ресурсов собираем основные результаты в информационный блок (рис. 2).

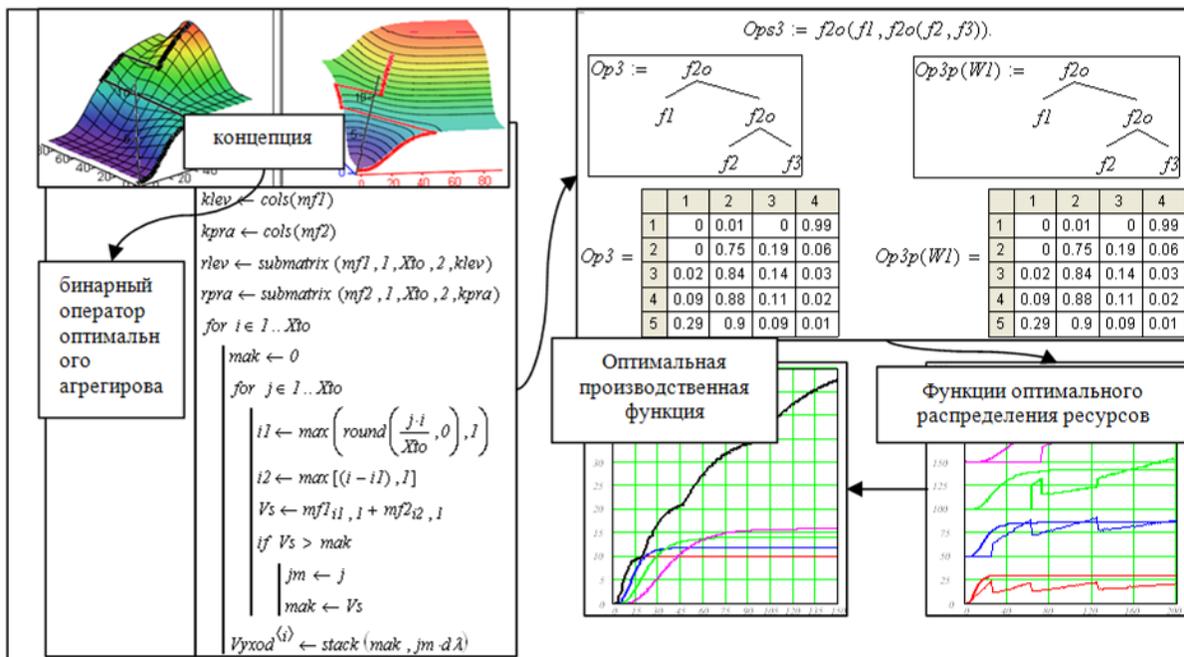


Рис. 2. M1 – модель оптимального распределения ресурсов

Полное описание и обоснование модели имеет большой объем. Эта модель существенно отличается от аналогов и является ключевой для всей разработки. Суть метода оптимального агрегирования – замена многомерной задачи нелинейного программирования последовательностью одномерных задач оптимизации. Результат метода – эквивалентный оптимальный одномерный производственный элемент. Преимущества метода оптимального агрегирования как метода решения задач нелинейного программирования – отсутствие ограничений по виду целевых функций типа дифференцируемость, выпуклость и обратимость операции агрегирования. Программный модуль оптимального агрегирования реализует бинарный оператор (рис. 2), ассоциативный и коммутативный для объектов – дискретных производственных функций. В итоге задача нелинейного программирования сводится к простой алгебраической задаче.

Модель оптимального распределения ресурсов – многошаговый процесс

Дискретный процесс развития можно представить как многошаговый процесс принятия решений оптимизирующий некоторый критерий – сумму функций от состояния динамической системы на каждом шаге. Метод принципа максимума Л. Понтрягина позволяет заменить одну задачу нахождения экстремума функционала на последовательность задач нахождения максимума функции Гамильтона на каждом шаге принятия решений. Для агрегированной модели это функция одной или двух переменных управления.

На рис. 3 представлен информационный блок модели развития M2. Обратим внимание на трехмерный график, составленный из функций Гамильтона, для каждого шага моделирования процесса. На этот график наложена траектория максимумов функции Гамильтона. Вид сверху (оптимальная стратегия) – пропорция распределения ресурсов системы между накоплением и развитием. Оптимальная стратегия – сложная, негладкая, немонотонная функция времени.

В итоге вариационная задача для многопродуктовой системы сведена к эквивалентной одномерной вариационной, которая в конечном итоге приведена к форме «оптимальный процесс развития (параметризованный)».

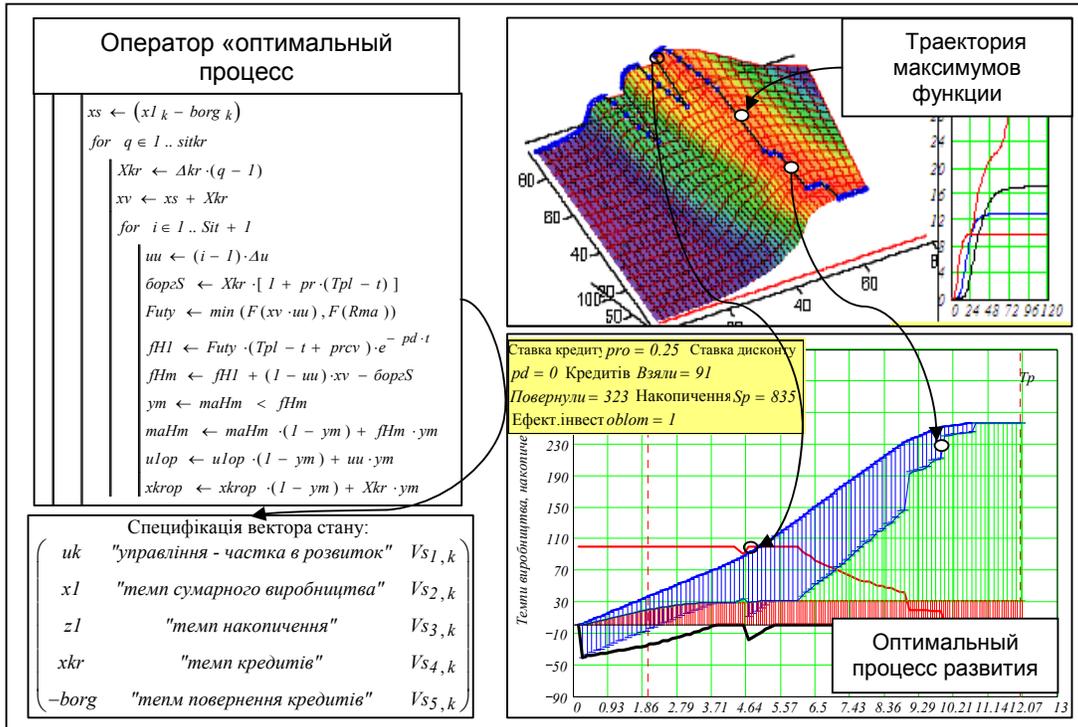


Рис. 3. M2 – модель оптимального распределения ресурсов в процессе развития

Расширенная модель оптимального распределения ресурсов – многоступенчатый процесс

Одно из существенных преимуществ базовой модели развития это простота модификации. Первичные изменения входят в расширенную систему уравнений динамики и включают уравнения для критерия. Затем эти изменения проходят через процедуры формирования и решения системы дифференциальных уравнений для сопряжённых функций и получения выражения для функции Гамильтона. Невыполнимые для аналитических методов задачи – решения системы нелинейных дифференциальных уравнений и нахождения максимума функции Гамильтона – обходим, используя численные методы для получения соответствующих параметризованных выражений. На основе анализа этих точных решений можно получить эффективные приближения (в пространстве стратегий, а не пространстве функций Гамильтона). В итоге, решение вариационной задачи для модифицированной модели становится действительно «конструированием».

Рассмотрим типовые расширения модели на уровне формирования приближения функции Гамильтона. Учитываем в критерии стоимости производственных мощностей в конце планового периода. Записываем выражения для модифицированного критерия (1) и два выражения для функции Гамильтона – исходное и модифицированное (2).

$$JN = \int_0^T [x(t) \cdot (1 - u(t)) + \text{fin}(x(t) \cdot u(t)) \cdot \text{pri cov ar}] dt; \tag{1}$$

$$H(x, u) = x(t) \cdot (1 - u(t)) + \text{fin}(x(t) \cdot u(t) \cdot (T - t)) \tag{2}$$

$$H(x, u) = x(t) \cdot (1 - u(t)) + \text{fin}(x(t) \cdot u(t) \cdot (T - t + \text{pri cov ar})).$$

В выражении для критерия под интегралом появилась дополнительная составляющая –
 Наукові праці ВНТУ, 2011, № 1 4

это приращивание производственных мощностей умноженное на $pricovar$ – приведенный коэффициент стоимости фондов.

Учёт использования внешних ресурсов. В данном случае используем то, о чём часто забывают теоретики-схоласты, – содержательную интерпретацию функции Гамильтона: внешние ресурсы, взятые в текущий момент, уменьшают значение критерия за счёт возврата долга и увеличивают его за счёт ввода и использования новых технологий, марок продуктов и новых производственных мощностей.

$$H(x, u, xkr) = xs(1 - u) + \text{fin}(xs \cdot u, p) \cdot (T - t + prcv) - xkr \cdot [1 + prc(T - t)], \quad (3)$$

где $xs(t) = x(t) + xkr(t)$ – суммарные текущие ресурсы; $x(t)$ – текущие производственные мощности; $u(t)$ – текущая часть ресурсов для развития; $xkr(t)$ – текущая величина внешних ресурсов; prc – цена ресурса (в частности – ставка кредита); $\text{fin}(\cdot)$ – функция отдачи инвестиций; T – плановый период; $prcv$ – приведенный коэффициент окончательной стоимости фондов.

Учет дисконтирования потоков ресурсов. В нашей модели несложно учесть дисконтирование потоков ресурсов. Модифицируем критерий оптимизации процесса развития производственной системы.

$$JN = \int_0^T xs(t) \cdot \text{unak}(t) \cdot e^{-pt} dt. \quad (4)$$

Учет инерционности и запаздываний в производственной системе. Обычно инвестиции дают отдачу в виде определенного темпа выпуска нового продукта с определенным запаздыванием, обусловленным поставками, строительством, монтажом оборудования, залеживанием продукции на складах. Имеет место также инерционное запаздывание отдачи затрат на развитие. Отообразим это в модели, модифицируем уравнения динамики производственных мощностей.

$$\frac{d}{dt} x(t) = \text{fin}(y(t)) \Rightarrow \frac{d}{dt} xp(t) = \text{fin}(y(t - \tau)); \quad \frac{d}{dt} xd(t) = Kob(xp(t) - xd(t)), \quad (5)$$

где t – запаздывание, xp – номинальный (потенциальный) прирост фондов, xd – действительный текущий прирост фондов, Kob – коэффициент. В стандартном виде модель инерционного запаздывания будет:

$$Tos \cdot \frac{d}{dt} xd(t) + xd(t) = xp(t), \quad Tos = \frac{1}{Kob},$$

где Tos – постоянная времени.

Учет эффектов освоения производства. В нашей модели мы разделили подсистемы и модели собственно производства, расширения и освоения производства. Реальные процессы можно нечётко разделить на: освоение инвестиционное (относительно быстрый процесс освоения установленного оборудования), освоение производственное (долгосрочное, в течение всего жизненного цикла совершенствования изделия и производства). В данной работе учитываем эффект масштаба производства и освоения такой моделью

$$xc(t) = \text{fct} \left(xd(t), t, \int_0^t xd(t) dt \right). \quad (6)$$

Словесная интерпретация выражения (6): приведенный темп создания ресурса $xc(t)$ равен некоторой функции от текущего выпуска (темпа), времени и накопленного выпуска.

Учет потребностей и конкуренции. Несложно создать модель потребления тетрадей, книг, батареек, ноутбуков, телевизоров, программ прогнозирования. Переход от одного продукта и производителя к нескольким требует совершенно иных подходов к

моделированию, а сами модели становятся сложными – стохастическими, нечёткими. В рамках данной работы выбираем такую модификацию модели производства [6]:

$$\frac{d}{dt}x(t) = \text{fin}(y(t)) \Rightarrow \frac{d}{dt}x(t) = ef \cdot x(t) \left(\frac{Ryn(t) - Sus(t, x(t))}{Ryn(t)} \right) \cdot y(t), \quad (7)$$

где $x(t)$ – темп выпуска продукции, $y(t)$ – темп инвестиций, ef – показатель эффективности инвестиций в развитие (зависит от энерго- и фондёмкости производства, опыта и качества персонала, состояния инвестиционного климата); $Ryn(t)$ – потребности (спрос), $Sus(t, x(t))$ – удовлетворение потребностей (заполнение рынка). Первые три множителя – это коэффициенты, характеризующие текущую эффективность преобразования инвестиций $y(t)$ в приращение темпа мощностей.

Модель оптимального управления при неопределенностях – многоэтапный процесс

Для производственных систем существует «горизонт прогнозирования», обусловленный инерционным характером и корреляциями неопределённостей. «Горизонт прогнозирования» можно увеличить за счёт затрат времени и ресурсов на получение информации. На этой основе предложен способ управления при наличии неопределённостей, состоящий в периодической коррекции оптимального управления. В целом, процесс разбивается на интервалы – этапы с фиксированными параметрами оптимальной стратегии. На рис. 4 представлена схема разбиения процесса развития.



Рис. 4. Схема разбиения оптимального процесса развития на многоэтапный процесс

Теоретическая основа для разбиения процесса в последовательность этапов это представление математической модели в виде алгебраического объекта $KMd(Fa, Vse, Vsi0, Tp0)$ с определёнными на нем операциями разбиения и композиции. Общее решение задачи коррекции стратегии выходит за рамки этой статьи.

Пример оптимального процесса развития при наличии неопределенностей. На рис. 5 представлен пример процесса развития, где для наглядности, этапы процесса показаны в развернутом виде так, если бы каждый этап делился до конца планового периода. Стрелками показаны начало и конец этапа с фиксированной стратегией. Конечное состояние предыдущего этапа становится начальным для следующего этапа.

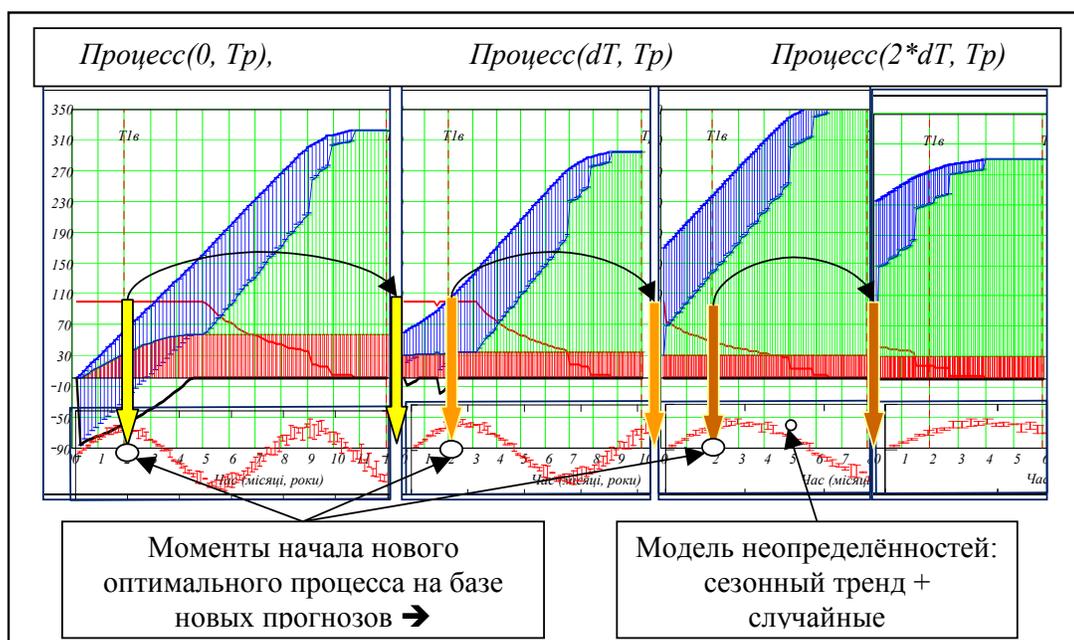


Рис. 5. Пример многоэтапного оптимального процесса развития в условиях неопределённости

Выводы. Построена рабочая композитная модель процесса развития технологической системы. Предложена двухуровневая система оптимального управления процессом развития, где на первом уровне определяется оптимальное управление развитием для детерминированной задачи, а на втором уровне выбираются момент и величина коррекции оптимальной стратегии на основании анализа прогнозирования неопределенностей.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Глушков В. М. Моделирование развивающихся систем / В. М. Глушков, В. В. Иванов, В. М. Яненко. – М.: Наука, 1983. – 353 с.
2. Беллман Р. Некоторые вопросы математической теории управления / Р. Беллман, И. Гликсберг, О. Гросс. – М.: Издат. иностр. литер., 1962. – 233 с.
3. Форрестер Дж. Основы кибернетики предприятия / Дж. Форрестер. – М.: Прогресс, 1971. – 340 с.
4. Боровська Т. М. Декомпозиційні структури для прикладних програм синтезу регуляторів / Т. М. Боровська // "Вісник ВПІ". 2000. – № 1. – С. 12 – 18.
5. Боровська Т. М. Нечітка оптимізація розподілу обмеженого ресурсу у виробничій системі при неопуклих виробничих функціях елементів / Т. М. Боровська, І. С. Колесник, В. А. Северілов // Вісник Вінницького політехнічного інституту. – 2003. – № 5. – С. 36 – 41.

Дерман Галина Юрьевна – магистр кафедры компьютерных систем управления.

Боровская Таиса Николаевна – к. т. н., доцент кафедры компьютерных систем управления; институт автоматизации, электроники и компьютерных систем управления. Винницкий национальный технический университет.

Северілов Виктор Андреевич – к. т. н., доцент. Винницкий социально-экономический институт открытого международного университета развития человека "Украина".