УДК 621.73.011

Р. И. Сивак, к. т. н., доц.; Е. И. Коцюбивская, к. т. н.

ПЛАСТИЧНОСТЬ МЕТАЛЛОВ ПРИ НЕМОНОТОННОМ НАГРУЖЕНИИ

В статье предложен метод оценки пластичности металлов при немонотонном нагружении, в котором для оценки влияния немонотонности на величину использованного ресурса пластичности использован направляющий тензор приращений деформаций, значения главных компонент которого определяются параметром Надаи-Лоде. Выполнено исследование процесса поперечного выдавливания с последующей осадкой.

Ключевые слова: *пластичность, напряжение, деформации, немонотонность, деформируемость, тензор повреждений, условие разрушения.*

В большинстве случаев процессы обработки металлов давлением сопровождаются немонотонным пластическим деформированием металлов. Критерии деформируемости, в основу которых положена скалярная модель процессов накопления повреждений [1, 2, 3], не позволяют получить достоверную оценку пластичности в таких процессах. В данной работе в качестве меры пластичности при немонотонном нагружении принята граничная деформация, которая определяется по формуле

$$e_p = \int_0^{t_p} \dot{\varepsilon}_u d\tau \,, \tag{1}$$

где $\dot{\varepsilon}_u$ – интенсивность скоростей деформаций, t_p – время деформирования до разрушения.

В работе [3] предложен критерий для оценки пластичности металлов при немонотонном нагружении. Условие разрушения принято в виде

$$\sum_{i=1}^{n} \psi_i^{a_i} = 1, \tag{2}$$

где n – число этапов деформирования, в пределах каждого из которых вид напряженного состояния не изменяется, a_i – величина, значение которой зависит от вида напряженного состояния, ψ_i – использованный на данном этапе ресурс пластичности.

Величина ψ_i определяется по формуле

$$\psi_i = \frac{\Delta e_u(\eta_i)}{e_p(\eta_i)},$$

где $\Delta e_u(\eta_i)$ – приращение степени деформации на i-ом этапе при η_i = const, $e_p(\eta_i)$ – предельная деформация при простом нагружении в условиях напряженного состояния i-го этапа деформирования, то есть при η_i=const.

Как показано в работе [4], условие разрушения (2) имеет ряд недостатков, обусловленных тем, что оно в неполной мере учитывает направленный характер возникающих при пластической деформации повреждений. Поэтому условие разрушения (2) не описывает, например, анизотропию пластичности деформированного металла.

В работе [4] для оценки пластичности металлов при немонотонном нагружении предложено использовать тензор повреждений, компоненты которого определяются следующим образом

$$\psi_{ij} = \int_0^{e_u} F\left(e_u^*, \eta, \mu_\sigma\right) \beta_{ij} de_u^*, \tag{3}$$

где $\eta = \dfrac{3\sigma}{\sigma_u}$ – показатель жесткости напряженного состояния, $\sigma = \dfrac{1}{3}\sigma_{ij}\delta_{ij}$ – среднее напряжение, μ_σ – параметр Надаи-Лоде, $e_u = \int\limits_0^t \dot{\varepsilon}_u d\tau$ – степень деформации, t – время деформирования с момента начала пластической деформации до рассматриваемого деформированного состояния.

Компоненты направляющего тензора приращений деформаций β_{ij} равны

$$\beta_{ij} = \sqrt{\frac{2}{3}}\frac{d\varepsilon_{ij}}{de_u}. \tag{4}$$

Функция $F(e_u, \eta, \mu_\sigma)$ является характеристикой материала. Условие разрушения, предложенное в [4], имеет вид

$$\psi_{ij}\psi_{ij}=1. \tag{5}$$

С использованием условия разрушения (5) на данный момент получены решения задач двухэтапного, циклического и сложного нагружения, что подтверждает достоверность тензорной модели.

В. М. Михалевич [5] предложил тензорно-нелинейную модель, согласно которой компоненты тензора повреждений определяются по формуле

$$\psi_{ij} = \int\limits_0^{e_u}\left(A\beta_{ij} + B\left(\beta_{ik}\beta_{kj} - \frac{1}{3}\delta_{ij}\right)\right)de_u, \tag{6}$$

где A и B – функции, которые зависят от условий нагружения и механических свойств материала.

Расчеты величины использованного ресурса пластичности по приведенным выше критериям достаточно трудоемкие, так как требуют определения функций $F(e_u, \eta, \mu_\sigma)$, A, B, а также зависимостей $\beta_{ij}(e_u)$.

В данной работе предлагается следующая модель описания процесса накопления повреждений при немонотонной пластической деформации. Так как компоненты направляющего тензора определяются формулой (4), то используя физические уравнения теории пластического течения

$$d\varepsilon_{ij} = \frac{3}{2}\frac{de_u}{\sigma_u}S_{ij} \tag{7}$$

находим, что

$$\frac{d\varepsilon_{ij}}{de_u} = \sqrt{\frac{3}{2}}\beta_{ij} = \frac{3}{2}\frac{S_{ij}}{\sigma_u} \tag{8}$$

или

$$\beta_{ij} = \sqrt{\frac{3}{2}}\frac{S_{ij}}{\sigma_u}, \tag{9}$$

где S_{ij} – компоненты девиатора напряжений, σ_u – интенсивность напряжений.

Представим тензор σ_{ij} в виде

$$\sigma_{ij}=S_{ij}+\sigma\delta_{ij}, \tag{10}$$

где $\sigma = \dfrac{1}{3}\sigma_{ij}\delta_{ij}$ – среднее напряжение.

Кроме того, используем известные соотношения

$$\mu_\sigma = \frac{2S_2 - S_1 - S_3}{S_1 - S_3}, \tag{11}$$

$$S_1+S_2+S_3=0,\ 2\sigma_u^2 = \left(S_1 - S_2\right)^2 + \left(S_2 - S_3\right)^2 + \left(S_3 - S_1\right)^2. \tag{12}$$

После решения системы (11), (12) находим

$$\frac{S_1}{\sigma_u} = \mp\frac{1}{3}\frac{\mu_\sigma - 3}{\sqrt{\mu_\sigma^2 + 3}},\quad \frac{S_2}{\sigma_u} = \pm\frac{1}{3}\frac{2\mu_\sigma}{\sqrt{\mu_\sigma^2 + 3}},\quad \frac{S_3}{\sigma_u} = \mp\frac{1}{3}\frac{\mu_\sigma + 3}{\sqrt{\mu_\sigma^2 + 3}}. \tag{13}$$

Из (4) и (13) следует, что главные компоненты тензора β_{ij} равны

$$\beta_1 = \mp\frac{1}{\sqrt{6}}\frac{\mu_\sigma - 3}{\sqrt{\mu_\sigma^2 + 3}},\quad \beta_2 = \pm\frac{1}{\sqrt{6}}\frac{2\mu_\sigma}{\sqrt{\mu_\sigma^2 + 3}},\quad \beta_3 = \mp\frac{1}{\sqrt{6}}\frac{\mu_\sigma + 3}{\sqrt{\mu_\sigma^2 + 3}}. \tag{14}$$

Предполагается, что при немонотонном нагружении разрушение наступает при условии, когда некоторая функция инвариантов тензора ψ_{ij} достигает определенного значения. Первый инвариант этого тензора равен нулю вследствие несжимаемости материала $\beta_1+\beta_2+\beta_3=0$. Без учета влияния третьего инварианта условие разрушения может быть записано в виде

$$\psi_1^2 + \psi_2^2 + \psi_3^2 = 1. \tag{15}$$

Чтобы определить вид функции $F(e_u,\eta,\mu_\sigma)$, которая входит в (3), рассмотрим простое нагружение, при котором β_{ij}, η, μ_σ остаются постоянными, тогда [4]

$$\psi_{ij} = \beta_{ij}\int_0^{e_u^*} F\left(e_u,\eta,\mu_\sigma\right)de_u = \beta_{ij}\varphi\left(e_u,\eta,\mu_\sigma\right), \tag{16}$$

где $\varphi\left(e_u,\eta,\mu_\sigma\right) = \int_0^{e_u^*} F\left(e_u,\eta,\mu_\sigma\right)de_u$. (17)

Так как $\beta_1^2 + \beta_2^2 + \beta_3^2 = 1$ из (15) следует, что при разрушении, если $e_u=e_p$, то $\varphi(e_p,\eta,\mu_\sigma)=1$. Кроме того

$$\varphi(0,\eta,\mu_\sigma)=0. \tag{18}$$

Удовлетворяя этим условиям, допустим, что [4]

$$\varphi = \left(1-a\right)\frac{e_u}{e_p\left(\eta,\mu_\sigma\right)} + a\frac{e_u^2}{e_p^2}, \tag{19}$$

где $e_p(\eta,\mu_\sigma)$ – поверхность граничных деформаций, a – постоянная, величина которой зависит от механических характеристик металла. В данной работе a принято равным a=0,48.

Удовлетворяя соотношениям (3), (17), (19) примем, что в общем случае

$$\psi_1 = \int_0^{e_u}\left(1 - a + 2a\frac{e_u}{e_p\left(\eta,\mu_\sigma\right)}\right)\beta_1\frac{de_u}{e_p\left(\eta,\mu_\sigma\right)}. \tag{20}$$

Аналогичные выражения можно получить для ψ_2 и ψ_3, которые входят в условие разрушения (15).

Критерий разрушения (15) использован нами для исследования процесса поперечного выдавливания с последующей осадкой цилиндрических заготовок из стали 10. Схема процесса приведена на рис. 1. На первом этапе реализуется процесс поперечного выдавливания, а на втором – осадка полученного фланца (рис. 1). Расчёт напряжённо-деформированного состояния проводили методом координатных сеток, при этом использовали методику, приведённую в работе [6]. Процесс выдавливания и процесс осадки проводили в три этапа. Пути деформирования $\eta(e_u)$, $\mu_\sigma(e_u)$ строили с учётом влияния основных технологических параметров: относительной толщины фланца h/d_0 и относительного значения закругления переходной кромки r/d_0. Так как пути деформирования в координатах e_u, η, μ_σ практически не зависят от материала, то для исследований напряжённо-деформированного состояния использовали образцы из сурьмянистого свинца (d_0=20 мм, l_0=60 мм), которые разрезали на две половины. На полированную поверхность одной из половин сборного образца наносили остро заточенным резцом прямоугольную делительную сетку с базой 2 мм. Затем образцы спаивали и выполняли выдавливание отдельных образцов до разных степеней деформации в три перехода. Три образца, полученные в конце очередного перехода поперечного выдавливания, использовали для реализации трёх переходов контурной осадки. Таким образом, каждый образец характеризует деформированное состояние в конце соответствующего этапа. В конце каждого этапа образцы распаивали и измеряли координаты узлов деформированной сетки.

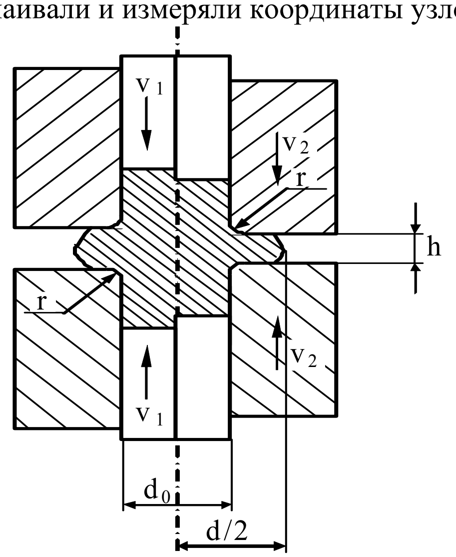

Рис. 1. Схема процесса поперечного выдавливания с последующей осадкой полученного фланца

Кроме того, на боковую поверхность образцов из стали 10 также наносили делительную сетку и выполняли поперечное выдавливание и контурную осадку по той же схеме, по которой деформировали образцы из свинца.

Накопленную деформацию находили по формуле

$$e_u = \int_0^t \dot{\varepsilon}_u d\tau ,$$

где $\dot{\varepsilon}_u$ – интенсивность скоростей деформаций, t – время деформирования.

Компоненты девиатора напряжений вычисляли по соотношениям, позволяющим учесть влияние немонотонности пластической деформации [7], которая имеет место в рассматриваемом процессе

$$S_{ij} = \frac{2}{3}\sigma_u(e_u)\frac{\dot{\varepsilon}_{ij}}{\dot{\varepsilon}_u} - \frac{1}{3}\int_0^{e_u}\left(1-\beta\left(e_u^*\right)\right)\sigma\left(e_u^*\right)\cdot\varphi\left(e_u^*-e_u^0\right)\frac{d^2\varepsilon_{ij}}{de_u^2}\left(e_u^*\right)de_u^*. \tag{21}$$

Зависимости $\beta(e_u)$, $\varphi(e_u\text{-}e_u^0)$ для стали 10 получали экспериментально по методике [7]. Экспериментальные результаты аппроксимировали функциями

$$\beta=0{,}34+0{,}66\exp(-62e_u), \tag{22}$$

$$\varphi=0{,}19+0{,}81(-22{,}3(e_u\text{-}e_u^0)^{0{,}806}). \tag{23}$$

Постоянные, входящие в (22) и (23) определяли методом наименьших квадратов.

Компоненты тензора напряжений находили путём интегрирования дифференциальных уравнений равновесия

$$\begin{aligned}&\frac{\partial\sigma_r}{\partial r}+\frac{\partial\tau_{rz}}{\partial z}+\frac{\sigma_r-\sigma_\varphi}{r}=0\\&\frac{\partial\tau_{rz}}{\partial r}+\frac{\partial\sigma_z}{\partial z}+\frac{\tau_{rz}}{r}=0\end{aligned}, \qquad (24)$$

используя при этом интегральное уравнение

$$P=2\pi\int_0^R\sigma_z r dr, \qquad (25)$$

где r – радиус деформируемой заготовки, P – усилие, которое измеряется в процессе деформирования исследуемой заготовки.

Полученные результаты расчёта напряжений и деформаций использовали для построения путей нагружения $\eta(e_u)$, $\mu_\sigma(e_u)$, а также для расчёта значений βi.

Поверхность предельных деформаций для стали 10 аппроксимировали зависимостью, которая получена в работе [6]

$$e_p(\eta,\mu_\sigma)=0,68\ exp(0,43\mu_\sigma-0,91\eta). \qquad (26)$$

Величину использованного ресурса пластичности рассчитывали по формуле

$$\psi=\psi_1^2+\psi_2^2+\psi_3^2. \qquad (27)$$

Для оценки влияния геометрических параметров процесса поперечного выдавливания с последующей осадкой на пластичность нами выполнены расчёты использованного ресурса пластичности ψ по формуле (27) для трёх случаев: 1 – относительное значение радиуса закругления переходной кромки $r/d_0=0$ и относительная толщина фланца $h/d_0=0,141$; 2 – $r/d_0=0,106$ и $h/d_0=0,236$; 3 – $r/d_0=0,213$ и $h/d_0=0,33$. Из анализа результатов расчёта величины использованного ресурса пластичности ψ следует, что наиболее оптимальным является третий случай. Например, если диаметр фланца d=36 мм (d_0=20 мм), то ψ в опасной точке равняется для первого случая ψ=0,620, для второго случая – ψ=0,510, а для третьего случая – ψ=0,382, то есть для исследованного интервала значений h/d_0 и r/d_0 возрастание этих величин приводит к значительному уменьшению величины ψ.

Расхождение значений ψ, полученных по формуле (27), с экспериментальными не превышает 20%. При этом необходимо отметить, что использование особенностей немонотонности пластической деформации позволяет получать фланцы, диаметр которых превышает диаметр фланца при обычном поперечном выдавливании на 60 – 80%.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Огородников В. А. Деформируемость и разрушение металлов при пластическом деформировании / В. А. Огородников. – К.: УМК ВО, 1989. – 150 с.

2. Колмогоров В. Л. Напряжения, деформации, разрушение / В. Л. Колмогоров. – М: Металлургия, 1970. – 230 с.

3. Богатов А. А. Ресурс пластичности металлов при обработке давлением / А. А. Богатов, О. И. Мижирицкий, С. В. Смирнов. – М.: Металлургия, 1984. – 144 с.

4. Дель Г. Д. Пластичность деформированного металла / Г. Д. Дель // Физика и техника высоких давлений. – 1982. – №11. – С. 28 – 32.

5. Михалевич В. М. Тензорні моделі накопичення пошкоджень / В. М. Михалевич. – Вінниця: «УНІВЕРСУМ – Вінниця», 1998. – 195 с.

6. Сивак И. О. Деформируемость заготовок при радиальном выдавливании с контурной осадкой / И. О. Сивак, Р. И. Сивак, И. С. Алиев // Механика деформируемого твёрдого тела и обработка металлов давлением. – Тула: ТулГУ . – 2000. – С. 278 – 284.

7. Хван Д. В. Экспериментальная механика конечных деформаций / Д. В. Хван, Ф. Х. Томилов, В. И. Корольков. – Воронеж: Издательсьво «ЭЛИСТ», 1996. – 248 с.

Сивак Роман Иванович – к. т. н., доцент.
Винницкий национальный аграрный университет.

Коцюбивская Екатерина Ивановна – к. т. н., доцент кафедры высшей математики.
Винницкий национальный технический университет.