УДК 519.624:624.004:624.15

А. С. Моргун, д. т. н., проф.; А. М. Ратушная

УПРУГО-ПЛАСТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ГЕОТЕХНИЧЕСКОГО ПРОЦЕССА ФУНДАМЕНТНОЙ ПЛИТЫ

В статье проиллюстрировано использование метода граничных элементов для анализа напряженно-деформированного состояния грунтового основания школы путем математического моделирования процесса работы фундаментной конструкции под нагрузкой.

Ключевые слова: *метод граничных элементов, напряженно-деформированное состояние, фундаментные конструкции, дискретизация активной зоны.*

Введение

Тенденция к увеличению объёмов современного строительства поставила перед проектировщиками ряд требований относительно анализа напряженно-деформированного состояния (НДС) оснований зданий и сооружений. Очевидно, что традиционные инженерные методики не позволяют достаточно достоверно оценить НДС основ без учета необратимости их деформаций, а также принимать эффективные проектные решения.

Развитие нелинейной механики грунтов и создание мощной компьютерной базы в проектных и научных организациях послужили толчком к наработке программных комплексов, в которых реализуются математические модели грунта с учетом их упруго-пластического поведения.

Расчеты оснований сооружений выполняются по двум никак не связанным между собой группам предельных состояний: по деформациям (во всех случаях), по несущей способности (в особых случаях). При определении несущей способности грунтов не определяют деформацию, при определении осадок напряжение ограничивается величиной, не соответствующей несущей способности грунта. Современные задачи проектирования оснований требуют анализа НДС основы во всем диапазоне «нагрузка-осадка».

Постановка задачи. Определение соотношения

При разработке фундаментов здания возникает необходимость экспериментального обоснования проектного варианта фундамента, что значительно увеличивает его стоимость. Именно при таких условиях рационально использовать математическое моделирование процесса работы фундаментной конструкции под нагрузкой. В работе по методу предельных элементов проведено моделирование процесса осадки фундаментной плиты школы (рис. 1).

Рис. 1. Фасад здания школы

Наибольшие трудности, возникающие при расчете фундаментных конструкций, связаны со значительной физической нелинейностью грунтового основания сооружений (главным

образом, ее сжимаемостью).

Для оценки НДС грунтового массива при возведении и последующей работе использована методика решения задачи в физически нелинейной постановке, в которой используется теория пластичности в сочетании с численным методом граничных элементов (МГЭ) и шагово-итерационной процедурой. Модель учитывает дилатансию и одновременное наличие в грунтовой основе зон как предельного, так и допредельного напряженного состояния.

Неупругая дилатансионная модель позволяет рассмотреть предельное состояние основания с двумя группами (несущей способностью и деформациями) в рамках одной расчетной модели (схемы) грунта.

К входным параметрам модели почвы относятся геометрические размеры фундаментной плиты и природные физико-механические характеристики грунта, взятые средневзвешенными по четырем инженерно-геологическим элементам:

$$E = 24224\,кПа,\ \nu = 0{,}33,\ \rho = 1{,}89\,{т}/{м^3},$$

$$\rho^{\min} = 1{,}55\,{т}/{м^3},\ \rho^{\max} = 2{,}036\,{т}/{м^3},\ \varphi = 0{,}329\ радиан,\ c = 32{,}4\,кПа$$

Нормативные значения физико-механических характеристик принято согласно данным технического отчета инженерно-геологических изысканий. На рис. 2 приведены размеры фундаментной плиты школы (рис. 1) и дискретизация активной зоны вокруг фундаментного грунтового основания из 218 треугольных ячеек.

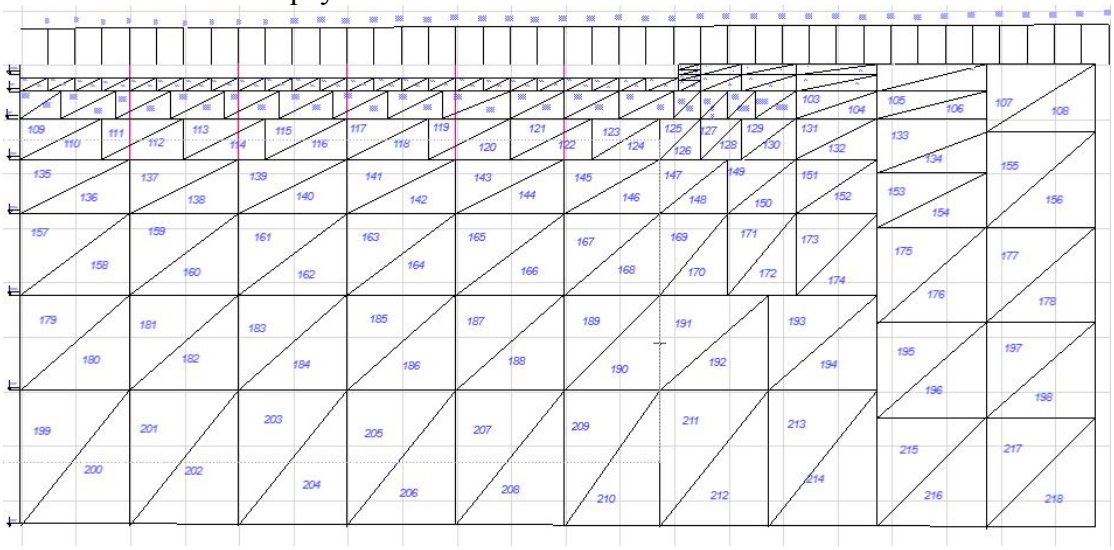

Рис. 2. Дискретизация зоны грунта возле фундаментной плиты

Задача нахождения НДС фундаментной основы и несущей способности фундаментной плиты заключается в определении 15 функций σ_{ij}, ε_{ij}, u_i, которые удовлетворяют:

• трем уравнениям равновесия, которые можно записать в виде дифференциальных уравнений Лапласа

$$\sigma_{ij,j} + b_j = 0, \qquad (1)$$

где $\sigma_{ij,j}$ – производные по пространственным координатам тензора напряжений (запись (1) в условных обозначениях Эйнштейна); b_j – компоненты объемных нагрузок.

• шести соотношениям между напряжениями и деформациями (физическое уравнение)

$$\sigma_{ij} = C_{ijkl}\varepsilon_{kl}\,. \qquad (2)$$

• шести соотношениям между деформациями и перемещениями (геометрическое

уравнение)

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2}(u_{i,j} + u_{j,i}) \tag{3}$$

и граничным условиям в перемещениях или нагрузках.

Решение этой краевой задачи проведено методом граничных элементов Бреббия [1]. Эта система из 15-ти дифференциальных уравнений в частных производных сведена к предельному интегральному уравнению

$$C_{ij}(\xi)u_j(\xi) + \int_\Gamma p^*_{ij}(\xi, x)u_j(x)d\Gamma(x) = \int_\Gamma u^*_{ij}(\xi, x)p_j(x)d\Gamma(x), \tag{4}$$

где u – заданный вектор скоростей перемещений на границе сваи; $\dot{u}^*, p^*, \sigma^*$ – ядра предельного уравнения – фундаментальные решения Р. Миндлина для упругой полуплоскости; Γ, ξ, X – соответственно граница, точка возмущения, точка наблюдения.

Для численного моделирования трёхосного НДС грунтового основания использованы тензор малых деформаций Коши:

$$\dot{\varepsilon}_{i,j} = \dot{\varepsilon}^e_{i,j} + \varepsilon^p_{i,j}, \tag{5}$$

где $\vec{\varepsilon}_{i,j}$ – вектор остаточных деформаций, $\vec{\varepsilon}^e_{i,j}$ – упругие деформации грунта; $\vec{\varepsilon}^p_{i,j}$ – пластические деформации грунта.

Вектор пластических деформаций данной модели определялся по формуле:

$$\vec{\varepsilon}_{i,j} = \vec{\varepsilon}^e_{i,j} + \sum \vec{\varepsilon}^p_{i,j} + d\vec{\varepsilon}^p_{i,j}\delta_{i,j}. \tag{6}$$

С целью учета влияния на пластические деформации грунта девиаторных и гидростатических составляющих эти части в наработанной дистанционной модели были разделены:

$$\sigma_{i,j} = S_{i,j} + \delta_{i,j}\sigma, \tag{7}$$

где $\sigma_{i,j}$ – компоненты тензора напряжений T_σ; $\delta_{i,j}$ – дельта Кронекера, σ – шаровая часть T_σ; $S_{i,j}$ – девиаторная часть T_σ.

Взаимосвязь между скоростью пластических деформаций и напряжениями (физические уравнения состояния при работе почвы в пластической стадии) определялась по неассоциированному закону пластического течения:

$$d\vec{\varepsilon}^p_{ij} = d\lambda \frac{dF}{d\sigma_{ij}}, \quad F \neq f \tag{8}$$

где F – пластический потенциал, диссипативная функция пористой среды грунта; $d\lambda$ – скалярный коэффициент простой нагрузки; f – критерий перехода к предельному состоянию по (9); $d\vec{\varepsilon}^p_{ij}$ – вектор пластических деформаций.

При строительстве здания на грунт основания будет передаваться сжимающая его нагрузка от веса сооружения. Грунтовая основа будет уплотняться. При этом жесткие контакты между минеральными частицами почвы будут нарушаться, что приведет к перекомпоновке частиц грунта на более плотную укладку. Именно из этих соображений для расчета осадок здания применена дилатансионная теория дисперсных сред и классические понятия механизма формирования граничного лобового сопротивления среды, сформулированные еще К. Терцаги. В использованной работе модели для моделирования сложных деформационных процессов задействован численный метод граничных элементов.

Разрушения многослойной грунтовой основы начинается тогда, когда в одном из слоев

реализуется условие предельного состояния.

Разрушение дисперсной среды почвы происходит в результате накопления пластических (остаточных) деформаций. Влияние пластических деформаций проявляется в развитии и росте перемещений, перераспределении внутренних усилий.

В работе за критерий перехода почвы в пластическое состояние отвечает критерий пластичности Мизеса – Шлейхера – Боткина при $\sigma_m \geq \rho_0$ и $\sigma_m < \rho_0$ соответственно (рис. 3):

$$f = \begin{cases} T + \sigma_m tg\psi - \tau_3 = 0 \\ T + \rho_0 tg\psi - \tau_3 = 0 \end{cases}, \quad (9)$$

где σ_m – напряжение на девиаторный плоскости: T – интенсивность касательных напряжений, σ_m – гидростатическое давление, нормальная составляющая напряжений на плоскости предельного равновесия, ρ_0 – уровень гидростатического давления, когда почва работает как сплошная среда (граница перехода от конуса к цилиндру на рис. 3), ψ – угол трения на октаэдрической плоскости.

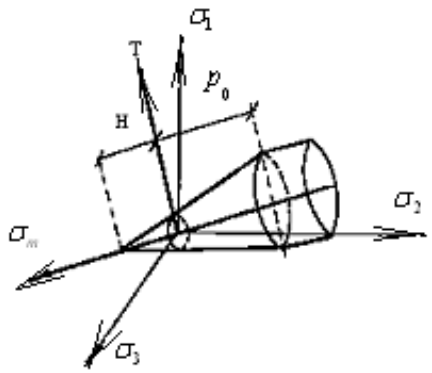

Рис. 3. Поверхность текучести Мизеса – Шлейхера – Боткина в координатах главных напряжений

Данные расчета зон МГЭ несущей способности фундаментной плиты приведены на рис. 4.

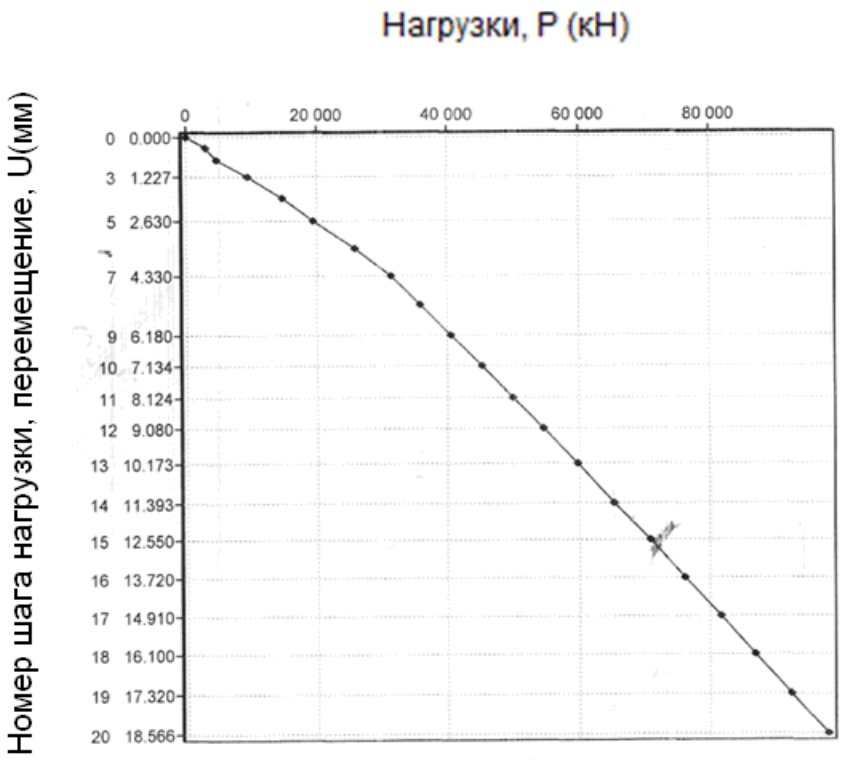

Рис. 4. График зависимости нагрузка-осадка

Если вес сооружения школы 60000 кН, то её осадка (при толщине фундаментной плиты 0,3 м и вышеприведенных физико-механических характеристиках грунта согласно геологических исследований) составила S = 10,137 мм, что меньше допустимого для сооружений данного типа согласно ДБН В.2.1.9-2009:

S = 1,0137 см <S_u = 10 см.

Выводы

1. Таким образом, в качестве фундаментной конструкции предлагается принять фундаментную плиту толщиной h = 0,3 м и размером 60 х 24 м.

2. Упруго-пластический расчет оснований по предложенной программе позволяет намного качественнее оценивать НДС основ по сравнению с инженерными методами и принимать эффективные проектные решения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Бреббия К. Методы граничных элементов / К. Бреббия, Ж. Телес, Л. Вроубел. – М.: Мир, 1987. – 524 с.
2. Моргун А. С. МГЕ в розрахунках паль / А. С. Моргун. – Вінниця: Універсум – Вінниця, 2000. – 130 с.

Моргун Алла Серафимовна – д. т. н., заведующая кафедрой промышленного и гражданского строительства.

Ратушная Анна Михайловна – студентка института строительства, теплоэнергетики и газоснабжения.

Винницкий национальный технический университет.