

УДК 629.423

**А. Б. Мокин, д. т. н., доц.; Б. И. Мокин, д. т. н., проф.; Ю. А. Лобатюк;
В. А. Лобатюк**

СИНТЕЗ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ДЛЯ ДИАГНОСТИРОВАНИЯ ПНЕВМАТИЧЕСКОЙ ТОРМОЗНОЙ СИСТЕМЫ ЭЛЕКТРОПОЕЗДА

Осуществлен синтез математической модели для диагностирования пневматической магистрали тормозной системы электропоезда, с помощью которой можно обнаружить место повреждения этой магистрали, не покидая кабины электровоза.

Ключевые слова: электропоезд, диагностирование, пневмопривод, тормозная система.

Исходные предпосылки и постановка задачи. Передачу сигнала на торможение в тормозной системе электропоезда осуществляют по пневматической магистрали, которая начинается с электровоза и заканчивается в последнем вагоне и имеет промежуточные соединения между каждым из них (рис. 1) в виде междвагонных рукавов.

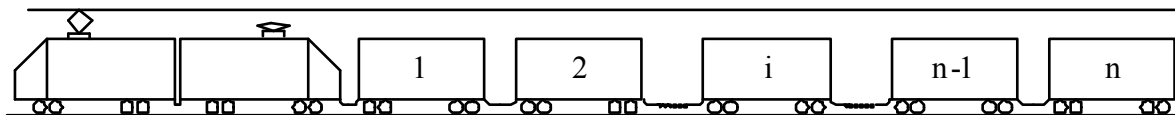


Рис. 1. Упрощенная функциональная схема электропоезда с изображением междвагонных рукавов пневматической магистрали тормозной системы

Во время движения электропоезда в этих промежуточных соединениях под воздействием вибраций, дополнительных прогибов на закруглениях и завихрений воздушных масс, которые могут быть насыщены твердыми частицами, подхваченными завихрениями с межколейной поверхности, могут возникать обрывы, через которые происходит утечка сжатого воздуха из пневматической магистрали и падение давления в ней. Вследствие этого срабатывает аварийная тормозная система, электропоезд останавливается, и поездная бригада начинает визуально искать место обрыва. При этом встречаются и такие случаи, когда междвагонный рукав магистрали не обрывается, а в нем только возникает трещина, что затрудняет визуальный поиск неисправности, поскольку не всегда член поездной бригады успевает его осмотреть до того, как прекратится свист сжатого воздуха, вытекающего из поврежденной магистрали. В таких случаях поиск неисправности затягивается во времени, а график движения поездов путём, на котором один из поездов сделал аварийную остановку, нарушается, внося нервное напряжение в работу диспетчерской службы и принося убытки железнодорожной службе от уменьшения интенсивности потока поездов.

В связи с изложенным выше актуальной является задача автоматического поиска места утечки сжатого воздуха из пневматической магистрали тормозной системы электропоезда с помощью системы диагностики, смонтированной в кабине тягового электровоза с выводом соответствующей информации для машиниста. Для разработки такой диагностической системы нужно, прежде всего, синтезировать математическую модель, которая адекватно могла бы описывать процесс изменения давления в пневматической магистрали тормозной системы электропоезда, обусловленный возникновением обрыва какого-либо из междвагонных рукавов или трещины в нем.

Синтезу именно такой математической модели, привязанной к тормозной системе электропоезда с тяговым электровозом серии ВЛ, и посвящена эта статья.

Изложение основных результатов. В работе [1] с использованием результатов работы [2] показано, что процесс изменения давления в пневмопроводе с открытым концом при отсутствии промежуточных утечек воздуха через его стенки описывают уравнением в

частных производных, которое имеет вид:

$$\frac{\partial^2 p(x,t)}{\partial x^2} - \frac{1}{v_*^2} \frac{\partial^2 p(x,t)}{\partial t^2} - \frac{8\pi\mu_d}{S\rho v_*^2} \frac{\partial p(x,t)}{\partial t} = 0, \quad (1)$$

где $p(x,t)$ – давление в пневмопроводе, измеряемое в H/m^2 , и которое во время переходного процесса, обусловленного обрывом, является функцией как осевой координаты x пневмопровода (рис. 2), которую измеряют в m , так и времени t , измеряемого в c ; v_* – скорость звука в сжатом воздухе пневмопровода, измеряемая в m/c ; S – площадь поперечного сечения пневмопровода (рис. 2), измеряемая в m^2 ; ρ – плотность сжатого воздуха, измеряемая в $кг/м^3$; μ_d – динамический коэффициент вязкости сжатого воздуха, который измеряют в $\frac{H \cdot c}{м^2}$.

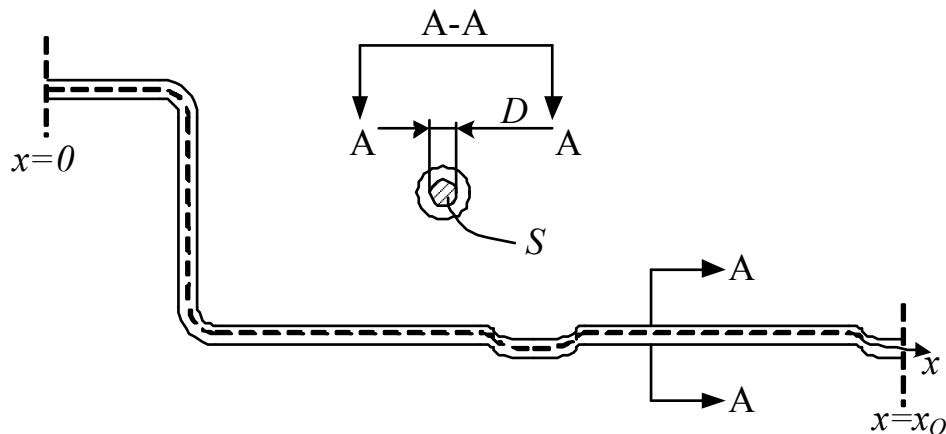


Рис. 2. Упрощенная функциональная схема участка пневматической магистрали тормозной системы электропоезда от тягового электровоза до второго, оборвавшегося, междвагонного рукава

Как показано в работе [3], одним из методов, широко используемым для решения дифференциальных уравнений в частных производных 2-го порядка, является метод разделения переменных, основная идея которого заключается в том, что функцию двух переменных $p(x,t)$, которая является решением уравнения (1), ищут в виде произведения двух функций $p_*(x), p_{**}(t)$, каждая из которых является функцией одной переменной, то есть в виде

$$p(x,t) = p_*(x) p_{**}(t). \quad (2)$$

Подставляя выражение (2) в уравнение (1) и учитывая то, что после разделения переменных частные производные превращаются в обычные, получим:

$$p_{**}(t) \frac{d^2 p_*(x)}{dx^2} - \frac{1}{v_*^2} p_*(x) \frac{d^2 p_{**}(t)}{dt^2} - \frac{8\pi\mu_d}{S\rho v_*^2} p_*(x) \frac{dp_{**}(t)}{dt} = 0. \quad (3)$$

Поскольку скорость падения давления в случае обрыва междвагонного рукава пневматической магистрали тормозной системы пропорциональна текущему давлению как по пространственной координате x , так и в каждой точке этого пневмопровода по временной координате t , то есть, поскольку для фиксированных значений x_* и t_* будут справедливыми дифференциальные уравнения

$$\frac{dp_*(x, t_*)}{dx} = -k_x(t_*) p_*(x, t_*), \quad (4)$$

$$\frac{dp_{**}(x_*, t)}{dt} = -k_t(x_*)p_{**}(x_*, t), \quad (5)$$

то в качестве функций $p_*(x)$, $p_{**}(t)$ в выражении (2) и в уравнении (3) целесообразно взять решения уравнений (4), (5), которые будут иметь вид [4]:

$$p_*(x, t_*) = p_*(x_*, t_*)e^{-k_x(t_*)(x-x_*)}, \quad (6)$$

$$p_{**}(x_*, t) = p_{**}(x_*, t_*)e^{-k_t(x_*)(t-t_*)}. \quad (7)$$

Физически это обусловлено тем, что пневматическая магистраль является накопителем только одного вида энергии – потенциальной энергии сжатого воздуха, которая в случае обрыва магистрали имеет только один канал преобразования в другой вид энергии – кинетической энергии потока воздуха в окружающую среду без, хотя бы частичного, промежуточного восстановления.

Подставляя выражения (6), (7) в уравнение (3) и выполняя дифференцирование, получим

$$\begin{aligned} & p_{**}(x_*, t_*)e^{-k_t(x_*)(t-t_*)}(-k_x(t_*))^2 p_*(x_*, t_*)e^{-k_x(t_*)(x-x_*)} - \\ & - \frac{1}{v_*^2} p_*(x_*, t_*)e^{-k_x(t_*)(x-x_*)}(-k_t(x_*))^2 p_{**}(x_*, t_*)e^{-k_t(x_*)(t-t_*)} - \\ & - \frac{8\pi\mu_d}{S\rho v_*^2} p_*(x_*, t_*)e^{-k_x(t_*)(x-x_*)}(-k_t(x_*)) p_{**}(x_*, t_*)e^{-k_t(x_*)(t-t_*)} = 0. \end{aligned} \quad (8)$$

После соответствующих сокращений уравнение (8) упрощаем до уравнения

$$(-k_x(t_*))^2 - \frac{1}{v_*^2}(-k_t(x_*))^2 - \frac{8\pi\mu_d}{S\rho v_*^2}(-k_t(x_*)) = 0. \quad (9)$$

А из уравнения (9) имеем

$$k_x(t_*) = \frac{k_t(x_*)}{v_*} \sqrt{1 - \frac{8\pi\mu_d}{S\rho k_t(x_*)}}. \quad (10)$$

Получив выражение (10), мы фактически получили соотношение, которое связывает между собой дифференциальное уравнение в частных производных 2-го порядка (1) и решения (6), (7) обычных дифференциальных уравнений 1-го порядка (4), (5) и которое позволяет в дальнейшем для описания процессов в пневматической магистрали на участке от ее начала и до точки обрыва использовать каждое из этих дифференциальных уравнений отдельно при условии, что одна из переменных в каждом из них является фиксированной на начальном уровне.

Подставляя выражение (10) в уравнение (6), деля обе части этого уравнения на $p_*(x_*, t_*)$ и логарифмируя преобразованное таким образом новое уравнение, получим

$$-(x-x_*)\frac{k_t(x_*)}{v_*} \sqrt{1 - \frac{8\pi\mu_d}{S\rho k_t(x_*)}} = \ln \frac{p_*(x, t_*)}{p_*(x_*, t_*)}, \quad (11)$$

откуда –

$$x = x_* - \frac{v_*}{k_t(x_*) \sqrt{1 - \frac{8\pi\mu_d}{S\rho k_t(x_*)}}} \ln \frac{p_*(x, t_*)}{p_*(x_*, t_*)}. \quad (12)$$

Если обозначить координату точки обрыва пневмопровода x_o (рис. 2), а отсчет

координаты x осуществлять с начала этого пневмопровода, то есть принять в формуле (12)

$$\begin{cases} x_* = 0, \\ x = x_o, \end{cases} \quad (13)$$

то выражение (12) примет следующий вид

$$x_o = - \frac{v_*}{k_t(0) \sqrt{1 - \frac{8\pi\mu_d}{S\rho k_t(0)}}} \ln \frac{p_*(x_o, t_*)}{p_*(0, t_*)}. \quad (14)$$

Это выражение (14) и будет первой составляющей математической модели для диагностирования пневматического магистрали тормозной системы электропоезда, так как оно позволяет определить координату x_o точки обрыва этой магистрали. Но, как видим, это выражение включает в себя параметр $k_t(0)$, который может быть определен только из другого дифференциального уравнения, то есть из уравнения (7).

Поэтому в качестве второй составляющей вышеуказанной математической модели построим выражение для нахождения параметра $k_t(0)$.

Для этого вернемся к уравнению (7). Деля обе его части на $p_{**}(x_*, t_*)$ и логарифмируя преобразованное таким образом новое уравнение, получим

$$-k_t(x_*)(t - t_*) = \ln \frac{p_{**}(x_*, t)}{p_{**}(x_*, t_*)}, \quad (15)$$

либо (с учетом первого из соотношений (13)) –

$$k_t(0) = \frac{1}{t_* - t} \ln \frac{p_{**}(0, t)}{p_{**}(0, t_*)}. \quad (16)$$

Выражение (16) является второй составляющей нашей математической модели, с которой, задавая значение момента времени $t = t_1$ при известном моменте времени t_* , легко найти конкретное значение параметра $k_t(0)$, который численно равен k_t^* , то есть из выражения (16) получим

$$k_t^* = \frac{1}{t_* - t_1} \ln \frac{p_{**}(0, t_1)}{p_{**}(0, t_*)}. \quad (17)$$

Однако в реальных условиях трудно точно зафиксировать момент времени t_* , в который в пневматической магистрали возникает обрыв, поэтому для его аналитического определения целесообразно, приравняв правые части выражения (16) для двух моментов времени t_1, t_2 , синтезировать вспомогательное выражение

$$\frac{1}{t_* - t_1} \ln \frac{p_{**}(0, t_1)}{p_{**}(0, t_*)} = \frac{1}{t_* - t_2} \ln \frac{p_{**}(0, t_2)}{p_{**}(0, t_*)}, \quad (18)$$

из которого и найти параметр t_* . Полученные выражения (17), (18) будем идентифицировать как третью составляющую упомянутой выше математической модели.

Для понимания того, как осуществлять расчеты с помощью синтезированной математической модели, на рис. 3 представлена геометрическая интерпретация процесса изменения давления $p(x, t)$ вдоль пространственной координаты x на координатной плоскости xt_*p и во времени t на координатной плоскости tt_*p в случае обрыва пневматической магистрали тормозной системы в точке x_o в момент времени $t_* = 0$.

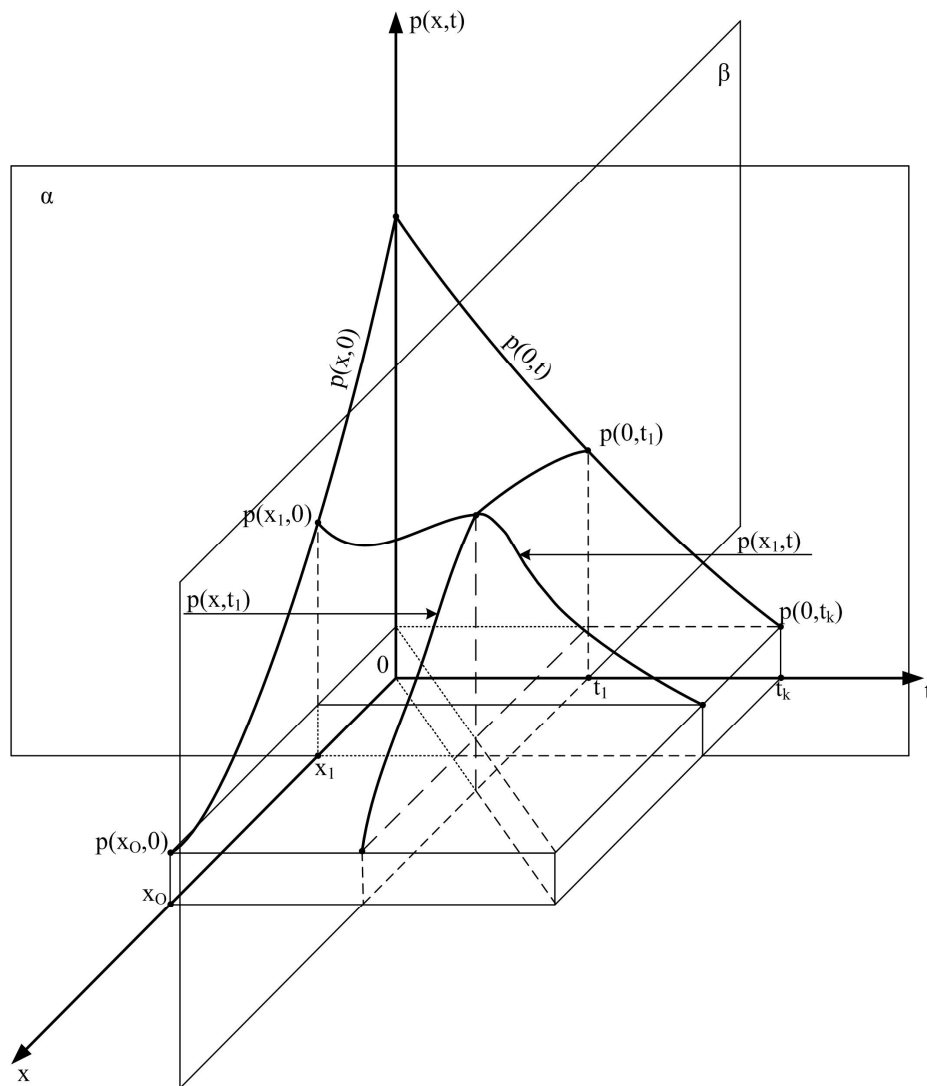


Рис. 3. Геометрическая интерпретация процесса изменения давления $p(x, t)$ вдоль пространственной координаты x на координатной плоскости xt_*p и во времени t на координатной плоскости tt_*p в случае обрыва пневматической магистрали тормозной системы в точке x_0 в момент времени $t_* = 0$

Из рис. 3 видно, что для того, чтобы при условии $x_* = 0$ вычислить пространственную координату x_o точки обрыва пневматической магистрали, возникшего в момент времени $t = t_* = 0$, не обязательно знать всю модельную поверхность $p(x, t)$, а достаточно знать только линии ее пересечения $p(x, t_*)$ и $p(0, t - t_*)$ с соответствующими координатными плоскостями и начальную $p(0, t_*)$ и предельные $p(x_o, t_*)$, $p(0, t_k - t_*)$ условия, которые входят в качестве составляющих в синтезированной нами математической модели, определенной выражениями (14)–(18). И поскольку на этих плоскостях эти линии пересечения являются решениями (6), (7) дифференциальных уравнений (4), (5), то, работая с моделями (14)–(18), следует помнить, что

$$p_*(0, t_*) = p_{**}(0, t_*) = p(0, t_*), \quad (19)$$

$$p_*(x_o, t_*) = p(x_o, t_*) = p_{**}(0, t_k - t_*) = p(0, t_k - t_*), \quad (20)$$

$$p_{**}(0, t) = p(0, t), \quad p_{**}(0, t_1) = p(0, t_1), \quad p_{**}(0, t_2) = p(0, t_2). \quad (21)$$

В тяговом электровозе давление в неповрежденной пневматической магистрали

тормозной системы в рабочем режиме поддерживают на уровне 5,2 атмосферы технической (напомним, что атмосфера техническая равна 735,66 мм рт. ст. или $0,981 \cdot 10^5 \text{ Н/м}^2$) [5]. Исходя из этих данных, имеем

$$p(0, t_*) = 5,101 \cdot 10^5 \text{ Н/м}^2. \quad (22)$$

Давление в месте обрыва пневматической магистрали тормозной системы равно атмосферному, который, например, в Киеве при нормальных погодных условиях составляет 760 мм рт. ст. или $1,013 \cdot 10^5 \text{ Н/м}^2$, а в Виннице, которая расположена выше над уровнем моря, чем Киев, атмосферное давление при нормальных погодных условиях равно 735,66 мм рт. ст. или $0,981 \cdot 10^5 \text{ Н/м}^2$.

Поэтому для Киева имеем

$$p(x_o, t_*) = p(0, t_k - t_*) = 1,013 \cdot 10^5 \text{ Н/м}^2, \quad (23)$$

а для Винницы –

$$p(x_o, t_*) = p(0, t_k - t_*) = 0,981 \cdot 10^5 \text{ Н/м}^2. \quad (24)$$

Что касается значений $p(0, t_1)$, $p(0, t_2)$, нужных для расчетов момента обрыва t_* и параметра $k_t(0)$ по формулам (17) та (18), то их определяют путем замеров падающего давления в начале пневматической магистрали тормозной системы, то есть в точке $x_* = 0$ в моменты времени t_1, t_2 .

Для определения пространственной координаты x_o точки обрыва пневматической магистрали тормозной системы по формуле (14), помимо уже указанных выше, нам нужны будут значения еще ряда параметров, а именно: S, ρ, μ_d, v_* .

Зная диаметр D внутреннего круга поперечного сечения межвагонного рукава пневматической магистрали тормозной системы, площадь этого сечения S найдем по известной формуле

$$S = \frac{\pi D^2}{4}, \quad (25)$$

другие два параметра ρ и μ_d возьмем из работы [2], а параметр v_* – из справочника [5]. Они составят

$$\rho = 1,2 \text{ кг/м}^3, \quad \mu_d = 1,81 \cdot 10^{-5} \frac{\text{кг}}{\text{м} \cdot \text{сек}}, \quad v_* = 348 \frac{\text{м}}{\text{сек}}. \quad (26)$$

Структура системы диагностики пневматической магистрали тормозной системы электропоезда с использованием разработанной математической модели и алгоритм ее функционирования в автоматическом режиме будут представлены в следующей статье, которая станет продолжением данной.

Выводы:

1. Синтезирована математическая модель для диагностирования пневматической магистрали тормозной системы электропоезда, с помощью которой можно определить пространственную координату места обрыва этой магистрали.

2. Показано, что для определения пространственной координаты места обрыва пневматической магистрали тормозной системы можно использовать только линии пересечения поверхности, которой задается решение дифференциального уравнения в частных производных 2-го порядка, с координатными плоскостями «пространственная координата – давление» и «временная координата – давление», что позволяет построить для решения поставленной задачи более простую математическую модель, не связанную с Наукові праці ВНТУ, 2013, № 1

разложением решения этого дифференциального уравнения в ряд Фурье по пространственной координате, модулированный экспонентами, и поиском необходимого и достаточного количества членов этого ряда для обеспечения заданной точности решения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Мокін Б. І. Математичні методи ідентифікації динамічних систем / Б. І. Мокін, В. Б. Мокін, О. Б. Мокін. – Вінниця: ВНТУ. – 2010. – 260 с.
2. Дмитриев В. Н. Основы пневмоавтоматики / В. Н. Дмитриев, В. Г. Градецкий. – М.: Машиностроение. – 1973. – 360 с.
3. Кошляков Н. С. Уравнения в частных производных математической физики / Н. С. Кошляков, Э. Б. Глинер, М. М. Смирнов. – М.: Высшая школа. – 1970. – 712 с.
4. Шкіль М. І. Вища математика. Книга 2 / М. І. Шкіль, Т. В. Колесник. – Київ: Либідь. – 2010. – 496 с.
5. Кошкин Н. И. Справочник по элементарной физике / Н. И. Кошкин, М. Г. Ширкевич. – М.: Наука. – 1972. – 256 с.

Мокин Александр Борисович – д. т. н., доцент, заведующий кафедрой возобновляемой энергетики и транспортных электрических систем и комплексов (ВЭТЭСК), e-mail: abmokin@gmail.com.

Мокин Борис Иванович – акад. НАПНУ, д. т. н., проф., профессор кафедры ВЭТЭСК, e-mail: borys.mokin@gmail.com.

Лобатюк Юрий Анатольевич – аспирант кафедры ВЭТЭСК.

Лобатюк Виталий Анатольевич – студент института электроэнергетики и электромеханики. Винницкий национальный технический университет.