

А. Б. Мокин, д. т. н., доц.; Б. И. Мокин, д. т. н., проф.;
Е. Д. Фолюшняк; В. А. Лобатюк

СИНТЕЗ ЗАКОНА УПРАВЛЕНИЯ ОПТИМАЛЬНЫМ ДВИЖЕНИЕМ ЭЛЕКТРОМОБИЛЯ ГОРИЗОНТАЛЬНЫМ ОТРЕЗКОМ АВТОМАГИСТРАЛИ

В работе синтезирован закон управления движением электромобиля по горизонтальному отрезку автомагистрали, оптимальному по критерию минимума затрат энергии аккумуляторной батареи.

Ключевые слова: синтез, оптимизация, математическая модель, электромобиль, тяговый электрический двигатель, аккумулятор, затраты энергии.

Введение

Статья из цикла публикаций по вопросам оптимизации и идентификации математических моделей движения электромобиля с тяговым электродвигателем постоянного тока последовательного возбуждения по горизонтальному прямолинейному отрезку дороги посвящена синтезу закона управления движением электромобиля по горизонтальному отрезку автомагистрали, оптимальному по критерию минимума затрат энергии аккумуляторной батареи.

Исходные предпосылки и постановка задачи

В работе [1] доказано, что загруженный электромобиль с тяговым электродвигателем постоянного тока последовательного возбуждения, подключенный к аккумуляторной батарее согласно схеме, представленный на рис. 1,

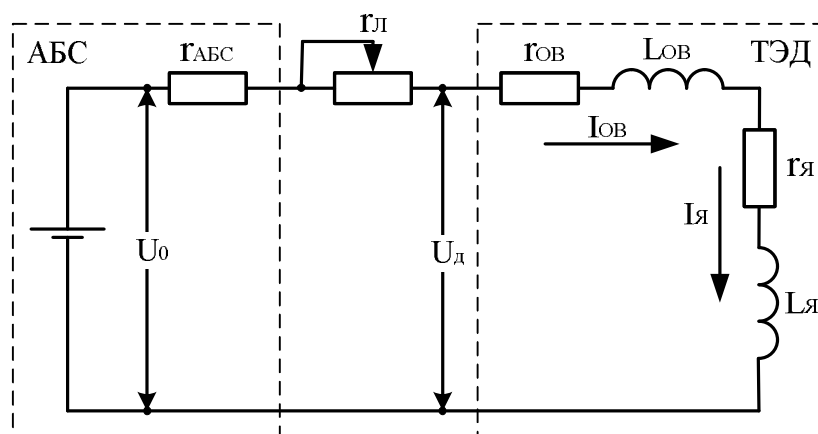


Рис. 1. Электрическая схема основного силового контура электропривода электромобиля с регулируемым сопротивлением линии между аккумуляторной батареей и входными клеммами тягового электродвигателя

будет двигаться по горизонтальному отрезку автомагистрали и минимизировать затраты энергии аккумуляторной батареи только тогда, когда ток в его силовом контуре формируется по закону, математическая модель которого имеет вид

$$i(\tau) = \frac{1 - a_1 \left(C_2 e^{(f_1 + 2f_2 v)\tau} - \frac{C_1}{f_1 + 2f_2 v} \right)}{2\alpha + 2b_1 \left(C_2 e^{(f_1 + 2f_2 v)\tau} - \frac{C_1}{f_1 + 2f_2 v} \right)}, \quad (1)$$

где $i = \frac{I_{\text{я}}}{I_n}$ – относительный ток силового контура, $\tau = \frac{t}{T_M}$ – относительное время, $v = \frac{V}{V_n}$ – относительная линейная скорость электромобиля, $\alpha = \frac{I_n}{I_k}$ – коэффициент наклона статической характеристики $u = f(i)$ силового контура, которая имеет вид

$$u = 1 - \alpha i, \quad (2)$$

где $u = \frac{U}{U_n}$ – относительное напряжение, а a_1, b_1 – коэффициенты кривой намагничивания тягового электродвигателя, математическая модель которой имеет вид

$$\phi(i) = \begin{cases} -a_2 i^2 + b_2 i, & i \in [0, i_{\text{con}}), \\ a_1 + b_1 i, & i \in [i_{\text{con}}, \infty), \end{cases} \quad (3)$$

где $\phi(i) = \frac{\Phi(I_{\text{ос}})}{\Phi(I_n)}$ – относительный магнитный поток, который является функцией

относительного тока i , C_1, C_2 – неизвестные коэффициенты, а $f_1 = \frac{\mu_1 R V_n}{w k_M I_n \Phi(I_n)}$,

$f_2 = \frac{\mu_2 R V_n^2}{w k_M I_n \Phi(I_n)}$ – коэффициенты математической модели динамики электропривода, что в

относительных величинах имеет вид

$$\frac{dv}{d\tau} = a_1 i + b_1 i^2 - f_0 - f_1 v - f_2 v^2, \quad (4)$$

а коэффициент $f_0 = \frac{\mu_0 R}{w k_M I_n \Phi(I_n)}$.

Стоит также напомнить, что необходимую для определения относительного времени электромагнитическую константу времени тягового электропривода электромобиля T_M определяют из выражения

$$T_M = \frac{m V_n R}{w k_M I_n \Phi(I_n)}, \quad (5)$$

где m – вес электромобиля, w – передаточное число редуктора от колеса к тяговому электродвигателю, R – радиус колеса, k_M – обмоточный коэффициент связи между моментом вращения якоря тягового электродвигателя и током в обмотке якоря и магнитным потоком его обмотки возбуждения (этот коэффициент определяют с использованием паспортных данных тягового электродвигателя).

А о том, что собой представляют параметры, входящие в формулы, по которым определяют все вышеприведенные относительные величины, можно прочитать в уже цитированной выше работе [1].

В работе [2] доказано, что незагруженный электромобиль с тяговым электродвигателем постоянного тока последовательного возбуждения, подключенным к аккумуляторной батарее согласно схеме, представленной на рис. 1, будет двигаться по горизонтальному

отрезку автомагистрали и минимизировать затраты энергии аккумуляторной батареи только тогда, когда ток в его силовом контуре будет формироваться по закону, математическая модель которого имеет вид

$$i(\tau) = \frac{2\alpha + 2b_2\lambda_1(\tau) - \sqrt{(2\alpha + 2b_2\lambda_1(\tau))^2 - 12a_2\lambda_1(\tau)}}{6a_2\lambda_1(\tau)}, \quad (6)$$

где

$$\lambda_1(\tau) = C_2^* e^{(f_1 + 2f_2v)\tau} - \frac{C_1^*}{f_1 + 2f_2v}, \quad (7)$$

а математическая модель динамики системы электропривода имеет вид

$$\frac{dv}{d\tau} = -a_2i^3 + b_2i^2 - f_0 - f_1v - f_2v^2. \quad (8)$$

В математических моделях оптимального тока (1) и (6), который обеспечивает движение электромобиля по горизонтальному отрезку автомагистрали с минимальными затратами энергии аккумулятора, неизвестными параметрами являются пары констант C_1 , C_2 или C_1^* , C_2^* , к определению которых и сводится задача идентификации этих моделей, которая решена в работе [3].

В данной работе ставят задание найти способ реализации синтезированных и идентифицированных моделей оптимального движения, задающих смену относительного тока в относительном времени, то есть найти закон управления оптимальным движением электромобиля горизонтальным отрезком автомагистрали, отталкиваясь от синтезированных моделей. К решению этой задачи мы и перейдем.

Разработка способов решения поставленной задачи

Начнем с того, что как и в работе [4], составим уравнение с использованием электротехнических параметров тягового электропривода, с помощью которых обеспечивают управление его движением.

Так как схема силового контура системы электропривода не зависит от того, какая ветка кривой намагничивания (3) используется при синтезе моделей оптимального тока, то уравнение второго закона Кирхгофа для этого контура не будет зависеть от моделей оптимального тока и будет одни и тем же, а именно

$$U_0 = I_{\text{я}} r_{\text{АБС}} + I_{\text{я}} (r_{\text{я}} + r_{\text{ог}}) + I_{\text{я}} r_{\text{л}} + E_{\omega} + (L_{\text{я}} + L_{\text{ог}}) \frac{dI_{\text{я}}}{dt}, \quad (9)$$

или

$$U_0 - I_{\text{я}} r_{\text{АБС}} - I_{\text{я}} r_{\text{л}} = U_{\delta} = I_{\text{я}} (r_{\text{я}} + r_{\text{ог}}) + E_{\omega} + (L_{\text{я}} + L_{\text{ог}}) \frac{dI_{\text{я}}}{dt}. \quad (10)$$

В этих уравнениях U_0 – электродвижущая сила силовой аккумуляторной батареи (АБС), $r_{\text{АБС}}$ – внутреннее активное сопротивление этой батареи, $r_{\text{л}}$ – активное сопротивление линии, что связывает силовую аккумуляторную батарею с входными клеммами тягового электродвигателя, U_{δ} – напряжение на этих клеммах, $r_{\text{я}}$, $L_{\text{я}}$ – активное сопротивление и индуктивность обмотки якоря тягового электродвигателя, $r_{\text{ог}}$, $L_{\text{ог}}$ – активное сопротивление и индуктивность обмотки возбуждения тягового электродвигателя, а

$$E_{\omega} = k_{\omega} \omega \Phi(I_{\text{ог}}) = k_{\omega} \omega \Phi(I_{\text{я}}), \quad (11)$$

электродвижущая сила вращения, которая приводится в обмотке якоря и зависит от угловой

скорости вращения ω якоря, обмоточного коэффициента k_ω связи между электродвижущей силой вращения, угловой скоростью и магнитным потоком Φ обмотки возбуждения, который, в свою очередь, зависит от тока I_{ov} в обмотке возбуждения, равного для электродвигателя последовательного возбуждения тока I_α якоря.

Из уравнений (9) и (10) видим, что задавать необходимое значение оптимального тока тягового электродвигателя (ТЭД) можно, или изменяя сопротивление r_λ линии между аккумуляторной батареей АБС и его входными клеммами, как показано на рис. 1, или изменяя напряжение U_∂ , которое подается на эти клеммы, например, с помощью управляемого электронного усилителя (ЭУ), как это показано на рис. 2.

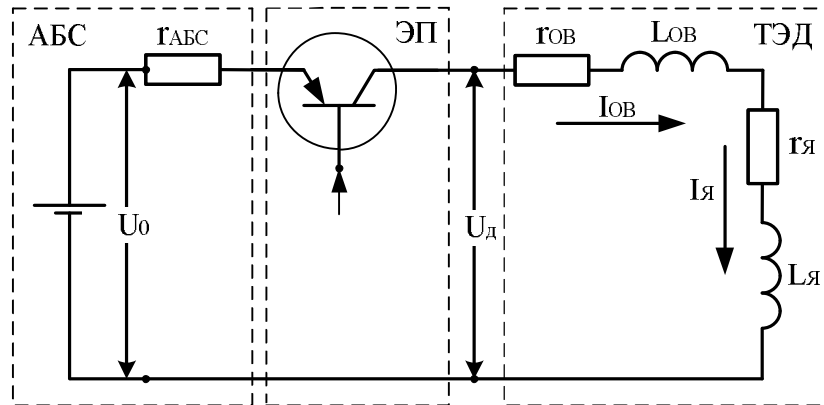


Рис. 2. Электрическая схема основного силового контура электропривода электромобиля с управляемым электронным усилителем (ЭУ) между силовой аккумуляторной батареей (АБС) и входными клеммами тягового электродвигателя (ТЭД)

Вполне очевидно, что с позиции надежности работы системы электропривода выбирать нужно вариант с управляемым электронным усилителем. Его в последующем мы и рассмотрим.

Поделив уравнение (10) на U_0 и выполнив ряд вспомогательных действий, получим его аналог в относительных единицах

$$u = \theta i + \beta \frac{di}{dt} + \gamma v \phi(i), \quad (12)$$

где

$$\beta = \frac{(L_\alpha + L_{ov})I_n}{U_0 T_M}, \gamma = \frac{k_\omega V_n \Phi(I_n)}{U_0 R}, \theta = \frac{(r_\alpha + r_{ov})}{U_0},$$

$$u = \frac{U_\partial}{U_0}, T_M = \frac{m V_n R}{\omega k_M I_n \Phi(I_n)}. \quad (13)$$

Исходя из полученных моделей, можно утверждать, что возможны два случая оптимального управления электромобилем, а именно:

- 1) электромобиль загружен, и управление происходит с помощью управляемого электронного усилителя;
- 2) электромобиль не загружен, и управление происходит с помощью управляемого электронного усилителя;

В первом случае – при синтезе закона оптимального управления загруженным электромобилем – необходимо в выражение (12) подставить выражение (1) и нижнюю ветку Наукові праці ВНТУ, 2014, № 1

выражения (3), в результате чего получим

$$\begin{aligned}
 u^*(\tau) &= \theta i + \beta \frac{di}{dt} + \gamma v \phi(i) = \theta i + \beta \frac{di}{dt} + \gamma v(a_1 + b_1 i) = \\
 &= \beta \frac{d}{d\tau} \left(\frac{f_1 + 2f_2 v - (f_1 + 2f_2 v)a_1 C_2 e^{(f_1 + 2f_2 v)\tau} + a_1 C_1}{2\alpha(f_1 + 2f_2 v) + 2b_1 C_2(f_1 + 2f_2 v)e^{(f_1 + 2f_2 v)\tau} - 2b_1 C_1} \right) + \\
 &+ (\theta + \gamma v b_1) \left(\frac{f_1 + 2f_2 v - (f_1 + 2f_2 v)a_1 C_2 e^{(f_1 + 2f_2 v)\tau} + a_1 C_1}{2\alpha(f_1 + 2f_2 v) + 2b_1 C_2(f_1 + 2f_2 v)e^{(f_1 + 2f_2 v)\tau} - 2b_1 C_1} \right) + \gamma v a_1, \quad (14)
 \end{aligned}$$

или

$$F_1(u^*, v, \tau) = 0, \quad (15)$$

а во втором случае – при синтезе закона оптимального управления незагруженным электромобилем – необходимо в выражение (12) подставить выражение (6) и верхнюю ветку выражения (3), в результате чего получим

$$\begin{aligned}
 u^*(\tau) &= \theta i + \beta \frac{di}{dt} + \gamma v \phi(i) = \theta i + \beta \frac{di}{dt} + \gamma v(-a_2 i^2 + b_2 i) = \\
 &= \beta \frac{d}{d\tau} \left(\frac{2\alpha(f_1 + 2f_2 v) + 2(f_1 + 2f_2 v)b_2 C_2^* e^{(f_1 + 2f_2 v)\tau} - 2b_2 C_1^*}{6\alpha_2(C_2^*(f_1 + 2f_2 v)e^{(f_1 + 2f_2 v)\tau} - C_1^*)} - \right. \\
 &- \frac{\sqrt{(2\alpha(f_1 + 2f_2 v) + 2b_2 C_2^*(f_1 + 2f_2 v)e^{(f_1 + 2f_2 v)\tau} - 2b_2 C_1^*)^2 -}}{6\alpha_2(C_2^*(f_1 + 2f_2 v)e^{(f_1 + 2f_2 v)\tau} - C_1^*)} \times \\
 &\times \left. \frac{\sqrt{-12a_2(f_1 + 2f_2 v)^2 C_2^* e^{(f_1 + 2f_2 v)\tau} + 12\alpha_2 C_1^*(f_1 + 2f_2 v)}}{6\alpha_2(C_2^*(f_1 + 2f_2 v)e^{(f_1 + 2f_2 v)\tau} - C_1^*)} \right) + \\
 &+ (\theta + \gamma v a_2) \left(\frac{2\alpha(f_1 + 2f_2 v) + 2(f_1 + 2f_2 v)b_2 C_2^* e^{(f_1 + 2f_2 v)\tau} - 2b_2 C_1^*}{6\alpha_2(C_2^*(f_1 + 2f_2 v)e^{(f_1 + 2f_2 v)\tau} - C_1^*)} - \right. \\
 &- \frac{\sqrt{(2\alpha(f_1 + 2f_2 v) + 2b_2 C_2^*(f_1 + 2f_2 v)e^{(f_1 + 2f_2 v)\tau} - 2b_2 C_1^*)^2 -}}{6\alpha_2(C_2^*(f_1 + 2f_2 v)e^{(f_1 + 2f_2 v)\tau} - C_1^*)} \times \\
 &\times \left. \frac{\sqrt{-12a_2(f_1 + 2f_2 v)^2 C_2^* e^{(f_1 + 2f_2 v)\tau} + 12\alpha_2 C_1^*(f_1 + 2f_2 v)}}{6\alpha_2(C_2^*(f_1 + 2f_2 v)e^{(f_1 + 2f_2 v)\tau} - C_1^*)} \right) -
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& -\gamma v a_2 \left(\frac{2\alpha(f_1 + 2f_2 v) + 2(f_1 + 2f_2 v)b_2 C_2^* e^{(f_1 + 2f_2 v)\tau} - 2b_2 C_1^*}{6\alpha_2(C_2^*(f_1 + 2f_2 v)e^{(f_1 + 2f_2 v)\tau} - C_1^*)} - \right. \\
& - \frac{\sqrt{(2\alpha(f_1 + 2f_2 v) + 2b_2 C_2^*(f_1 + 2f_2 v)e^{(f_1 + 2f_2 v)\tau} - 2b_2 C_1^*)^2 -}}{6\alpha_2(C_2^*(f_1 + 2f_2 v)e^{(f_1 + 2f_2 v)\tau} - C_1^*)} \times \\
& \left. \times \frac{\sqrt{-12a_2(f_1 + 2f_2 v)^2 C_2^* e^{(f_1 + 2f_2 v)\tau} + 12\alpha_2 C_1^*(f_1 + 2f_2 v)}}{6\alpha_2(C_2^*(f_1 + 2f_2 v)e^{(f_1 + 2f_2 v)\tau} - C_1^*)} \right)^2, \quad (16)
\end{aligned}$$

или

$$F_2(u^*, v, \tau) = 0. \quad (17)$$

Уравнения (15), (17) можно переписать

$$\begin{cases} v = F_1^*(u^*, \tau); \\ v = F_2^*(u^*, \tau). \end{cases} \quad (18)$$

Вычислительный алгоритм для зависимостей (18), построенный с использованием выражений (14), (16) и пригодный для реализации в бортовом компьютере электромобиля, будет представлен в отдельной статье, а в последующих изложениях этой статьи будем исходить из того, что эти зависимости мы уже имеем.

Из выражений (14), (16) видим, что они являются нелинейными дифференциальными уравнениями первого порядка относительно координаты v , а поэтому, переходя к дискретному времени k , зависимости (18) можно представить

$$\begin{cases} v_{k+1} = F_1^{**}(u_k^*, v_k, k); \\ v_{k+1} = F_2^{**}(u_k^*, v_k, k). \end{cases} \quad (19)$$

Пусть v_{k+1} – это реальное значение относительной скорости электромобиля в дискретный момент времени $k+1$, которое мы видим на электронном спидометре электромобиля, установленного на панели приборов, а

$$\Delta v_{k+1} = |v_{k+1}^p - v_{k+1}| \quad (20)$$

– это погрешность, которая будет при подаче в дискретный момент времени k на входные клеммы тягового электродвигателя электромобиля относительного напряжения u_k^* . Тогда, устанавливая значение u_k^* таким образом, чтобы выполнялись равенности (14), (16) и минимизировалась погрешность (20), будем заставлять электромобиль двигаться с такой скоростью, которая согласно выражениям (14), (16) и (1), (6) будет минимизировать затраты энергии аккумулятора.

В реальных условиях управления электромобиля водителем это означает: если водитель будет ехать со скоростью v_k в дискретный момент времени k с помощью акселератора, который соединен с управляющим органом электронного усилителя, и задаст такое значение u_k^* , которое обеспечит в дискретный момент времени $k+1$ согласно выражению (19)

значение относительной скорости v_{k+1} , введенное на дисплей бортового компьютера, контроль за установлением которого согласно критерию (20) осуществляется по значению, высвечиваемому на электронном спидометре электромобиля, то тяговый электродвигатель

электромобиля будет потреблять ток, обеспечивающий выполнение заданной программы движения с минимальными затратами энергии аккумулятора.

Выводы

1. Построена математическая модель для определения скорости движения электромобиля по горизонтальному отрезку автостреды от одного пункта к другому, адекватного тока тягового электродвигателя, оптимального по критерию минимуму затрат энергии аккумулятора.

2. Определены структура закона и алгоритм оптимального движения электромобиля по горизонтальному отрезку автостреды путем перехода от моделей оптимального тока тягового электродвигателя к параметрам скорости движения, что соответствует этому току.

3. Указаны пути реализации водителем электромобиля построенного закона оптимального движения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Мокін О. Б. Оптимізація руху завантаженого електромобіля з тяговим електродвигуном постійного струму послідовного збудження по горизонтальному прямолінійному відрітку дороги / О. Б. Мокін, О. Д. Фолюшняк // Вісник Вінницького політехнічного інституту. – 2013. – №1. – С. 56 – 60.

2. Мокін О. Б. Оптимізація руху незавантаженого електромобіля з тяговим електродвигуном постійного струму послідовного збудження по горизонтальному прямолінійному відрітку дороги / О. Б. Мокін, О. Д. Фолюшняк // Вісник Вінницького політехнічного інституту. – 2013. – №2. – С. 48 – 51.

3. Мокін О. Б. Ідентифікація математичних моделей оптимального руху електромобіля горизонтальним відрізком автомагістралі / О. Б. Мокін, О. Д. Фолюшняк, Б. І. Мокін, В. А. Лобатюк // Вісник Вінницького політехнічного інституту. – 2014. – №1. – С. 89 – 92.

4. Мокін О. Б. Метод параметричної ідентифікації моделі оптимального струму електромобіля / О. Б. Мокін, Б. І. Мокін, О. Д. Фолюшняк // Вісник Вінницького політехнічного інституту. – 2011. – №3. – С. 89 – 92.

Мокин Александр Борисович – д. т. н., доцент, заведующий кафедрой возобновляемой энергетики и транспортных электрических систем и комплексов (ВЭТЭСК), e-mail: abmokin@gmail.com.

Мокин Борис Иванович – акад. НАПНУ, д. т. н., проф., профессор кафедры возобновляемой энергетики и транспортных электрических систем и комплексов (ВЭТЭСК).

Фолюшняк Елена Дмитриевна – аспирант кафедры возобновляемой энергетики и транспортных электрических систем и комплексов (ВЭТЭСК).

Лобатюк Виталий Анатолієвич – аспирант кафедры возобновляемой энергетики и транспортных электрических систем и комплексов (ВЭТЭСК).

Винницкий национальный технический университет.