

Д. О. Топчий

THE THEORY OF PLAFALES: КОНСТРУИРОВАНИЕ СТАНДАРТНОГО БАЗИСА СКЭ•12

В статье на основе the theory of plafales показаны основные шаги алгоритма конструирования стандартного базиса серендипового конечного элемента – СКЭ•12 (бикубическая аппроксимация).

Ключевые слова: бикубическая аппроксимация, базисные функции, *plafal* (-es).

Введение

История метода конечных элементов (МКЭ) началась с идеи выдающегося математика Р. Куранта, которую он опубликовал в 1943 году [1 – 4]. Изначально идея Куранта не заинтересовала исследователей, потому что ее реализация требовала огромных объемов вычислительной работы. После появления ЭВМ метод начали активно разрабатывать инженеры-исследователи. Именно они, а не математики сразу же оккупировали вычислительные машины с целью получить ответы на практические вопросы. Процедура Куранта стала новым шагом в вычислительной математике, хотя влияние метода конечных разностей (МКР) некоторое время оставалось (до появления произвольной триангуляции Тернера). Быстрый рост и популяризация МКЭ объясняют профессиональной подготовкой пользователей. С другой стороны, некоторые считают (и не без оснований), что недостаток математических знаний у инженерно ориентированных специалистов был главной причиной появления и распространения в МКЭ ложных гипотез и неадекватных моделей. Наибольшее количество ошибок связано с конструированием функций формы (базисных функций) конечных элементов, в частности элементов серендиповой семьи. Эти элементы были настоящим открытием в МКЭ.

В качестве вычислительного шаблона квадрат с билинейной интерполяцией впервые был использован в 1964 году [5]. Этот элемент замечательно комбинируется с треугольным симплексом, создавая простую и эффективную сетку МКЭ. Как правило, квадраты эффективны в середине вычислительной области, а треугольники – в пограничной полосе. В реальных двумерных и трехмерных задачах границы вычислительной области границы между элементами, а также границы раздела (в неоднородной среде) зачастую криволинейны [5, 6, 7]. Именно такой элемент исследовали в 1968 году [8] Эргатудис, Айронс и Зенкевич. Это был пример успешного применения изопараметрической техники, которая состоит [9] в выборе кусочно-полиномиальных функций для определения преобразования координат. Термин «изопараметрическая» означает, что для преобразования координат выбирают те же полиномы, которые интерполируют физическое поле, то есть базисные функции выполняют двойную роль. В 1968 году авторы [8] не учли, что роль базисных функций – тройная. Их используют в задачах локализации нагрузок на конечный элемент. Если внутренние узлы есть, преобразование может быть чувствительным к перемещению этих узлов. Возможно, авторы [8] наблюдали эту особенность и именно потому отказались от внутреннего узла лагранжевой модели. В начале 80-х годов XX столетия, когда стало понятно, что роль матричной алгебры в МКЭ преувеличена, появились геометрические подходы [10], а также стохастические процедуры построения базисов [11, 12]. Не будет лишним подчеркнуть, что бикубическая аппроксимация (интерполяция) занимает особое место в теории полиномиального приближения функций двух аргументов.

На наш взгляд, появилась возможность предложить отличающийся от вышеуказанных

процедур алгоритм конструирования базисных функций на основе the theory of plafales [13, 14, 15]. Мы считаем, что роль базисных функций – четверная. ИТ-платформы в МКЭ, которые могут быть созданы на основе алгоритмов the theory of plafales [16], содержат в себе понятие алгоритмической сложности: ввод в программный комплекс базисных (и глобальных базисных) функций, а также поиск решения проблемы программно-аппаратным комплексом являются функциями времени. Следовательно, базисные функции – функции времени. Безусловно, неотъемлемой составляющей частью вышеуказанной ИТ-платформы является процесс ее функциональной визуализации [17].

Анализ исследований

Данная работа опирается на работы [13, 14, 15], а также на материалы конференции [16, 18].

Цель работы

Основная цель работы – показать алгоритм формообразования поверхности $L_i(x, y, t)$ (бикубическая аппроксимация) базисной функции от времени.

Актуальность работы

ИТ-платформы в МКЭ (на базе алгоритмов the theory of plafales) могут содержать в себе компонент искусственного интеллекта – конструирование базисных функций в автоматическом режиме.

Основная часть

Будем рассматривать стандартный квадрат 2×2 с 12 узлами – серендипов конечный элемент (рис. 1). Базисные функции бикубической интерполяции $L_i(x, y)$ ($i = \overline{1;12}$) должны удовлетворять интерполяционную гипотезу:

$$L_i(x_k, y_k) = \delta_{ik}, \quad \sum_{i=1}^{12} L_i(x, y) = 1, \quad (1)$$

где δ_{ik} – символ Кронекера, i – номер функции, k – номер узла.

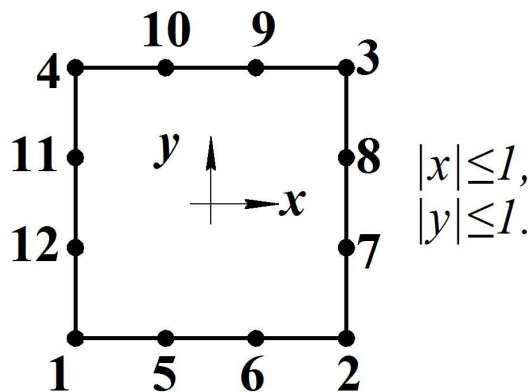


Рис. 1. Серендипов КЭ бикубической интерполяции (12 узлов)

Стандартный базис СКЭ • 12 имеет следующий вид [19]:

$$\begin{aligned}
 L_1(x, y) &= \frac{1}{32}(1-x)(1-y)(-10+9(x^2+y^2)), & L_2(x, y) &= \frac{1}{32}(1+x)(1-y)(-10+9(x^2+y^2)), \\
 L_3(x, y) &= \frac{1}{32}(1+x)(1+y)(-10+9(x^2+y^2)), & L_4(x, y) &= \frac{1}{32}(1-x)(1+y)(-10+9(x^2+y^2)), \\
 L_5(x, y) &= \frac{9}{32}(1-x^2)(1-y)(1-3x), & L_6(x, y) &= \frac{9}{32}(1-x^2)(1-y)(1+3x), \\
 L_7(x, y) &= \frac{9}{32}(1-y^2)(1+x)(1-3y), & L_8(x, y) &= \frac{9}{32}(1-y^2)(1+x)(1+3y), \\
 L_9(x, y) &= \frac{9}{32}(1-x^2)(1+y)(1+3x), & L_{10}(x, y) &= \frac{9}{32}(1-x^2)(1+y)(1-3x), \\
 L_{11}(x, y) &= \frac{9}{32}(1-y^2)(1-x)(1+3y), & L_{12}(x, y) &= \frac{9}{32}(1-y^2)(1-x)(1-3y).
 \end{aligned} \tag{2}$$

Рассмотрим свойства функции $L_i(x, y, t)$:

$$L_i(x, y, t) = L_i(x, y) \circ G(t) = \begin{cases} L_i(x, y), & t \equiv T, i = \overline{1;12}, \\ N_i(x, y), & t \in (\gamma; T]; \gamma \geq 0; i = \overline{1;12}, \end{cases} \tag{3}$$

$$z_{x,y} = G(t),$$

где параметр t – время; T – момент времени, при котором образуется поверхность (2); соответственно $N_i(x, y)$ – поверхности, которые образуются в моменты времени $t \in (\gamma; T]$; $G(t)$ – глобальная функция времени изменения аппликат поверхностей $L_i(x, y, t)$. В дальнейшем (в неявном виде) $G(t)$ будет выступать композицией объектов the theory of plafales.

Интерполяционную гипотезу для функций $N_i(x_k, y_k)$ представим следующим образом:

$$N_i(x_k, y_k) = \delta_{ik} \circ G(t). \tag{4}$$

Для функций $N_i(x, y)$ выполняется следующая оценка:

$$|N_i(x, y)| \leq 1. \tag{5}$$

Ввод систем и подготовка вычислительного шаблона

Введем следующие системы the theory of plafales: the static canvas of plafal (статический ковер) $PF_k^{U^{SP}}$ [15, с. 16], the «ensemble» of the points (ансамбль точек) $PF_{r(i,j)}^{ens(i,e)}$ [15, с. 569 – 575], the imaginary point of plafal (мнимая точка) $PF^{(i,e)pi}$ [15, с. 29 – 86], the degenerate isolated point of plafal (вырожденная изолированная точка) $PF^{bd(i,e)p(i,e)}$ [15, с. 23 – 25], the flickering point of plafal (мерцающая точка) $PF^{(i,e)pid}$ [15, с. 87 – 152].

На статическом ковре (поверхность нулевого уровня) $PF_k^{U^{SP}}$ ансамбль точек $PF_{r(i,j)}^{ens(i,e)}$ [15, с. 569] создает стандартный квадрат 2×2 : $PF_{r(i,j)F^d(x,y)}^{ens(i,e)}$ с 12 узлами по контуру (рис. 2):

$$PF_k^{U^{SP}} : PF_{r(i,j)}^{ens(i,e)} \rightarrow PF_{r(i,j)F^d(x,y)}^{ens(i,e)}. \tag{6}$$

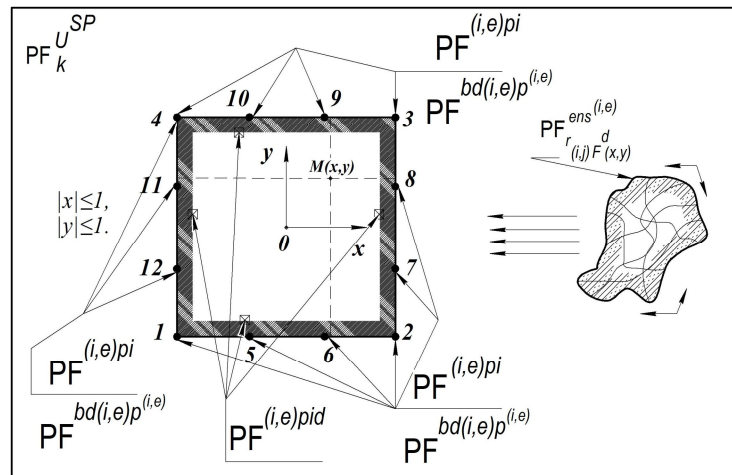


Рис. 2. Создание конечного элемента

В качестве вычислительного шаблона в общем виде будем рассматривать рис. 3. Узлы 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12 – мнимые $PF^{(i,e)pi}$ или вырожденные изолированные точки $PF^{bd(i,e)p^{(i,e)}}$ (для каждой из двенадцати базисных функций свой собственный порядок расположения), между которыми осуществляется переход по времени [15, с. 31, с.41]. Вдоль сторон 1 – 2, 2 – 3, 3 – 4, 4 – 1 (соответственно по контуру) и внутри квадрата (область D) расположены мерцающие точки $PF^{(i,e)pid}$.

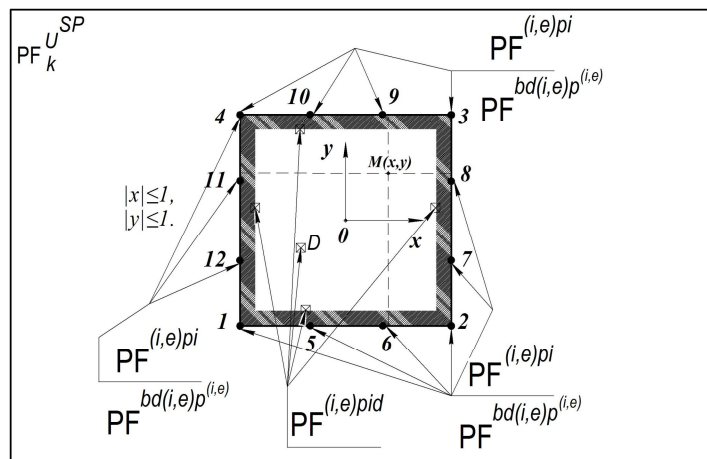


Рис. 3. Вычислительный шаблон

Конфигурации вычислительного шаблона

Используя интерполяционную гипотезу (1), примем [15, с. 30]:

$$N_i(x_i, y_i) = PF^{(i,e)pi} = a(m(t)) \pm 1 = 1, \quad (7)$$

где $a(m(t)) \pm 1$ – характеристическая функция мнимой точки; $m(t)$ – функция времени характеристической функции. Используя интерполяционную гипотезу (1), примем [15, с. 30]:

$$N_i(x_k, y_k) = PF^{bd(i,e)p^{(i,e)}} = a(n(t)) \pm 1 = 0. \quad (8)$$

где $a(n(t)) \pm 1$ – характеристическая функция вырожденной изолированной точки; $n(t)$ – функция времени характеристической функции. Используя свойство $|N_i(x, y)| \leq 1$, положим значения аппликат вдоль контура 1 – 2, 2 – 3, 3 – 4, 4 – 1 и в области D [15, с. 88]:

$$N_i(x, y) = PF^{(i,e)pid} = a(h(t)) \pm 1; \quad |a(h(t)) \pm 1| < 1. \quad (9)$$

где $a(h(t)) \pm 1$ – характеристическая функция мерцающей точки; $h(t)$ – функция времени характеристической функции.

Соответственно для характеристических функций $a(m(t)) \pm 1$, $a(n(t)) \pm 1$, $a(h(t)) \pm 1$ появляются следующие возможности:

– Для (7), (8), (9) существует общее значение времени $t = T$, при котором они имеют место быть, следовательно, $m(t)$, $n(t)$ и $h(t)$ взаимосвязаны между собой следующим образом:

$$\begin{cases} a(m(t)) = 0, \\ a(n(t)) = 1. \end{cases} \Rightarrow n(t) = f(m(t)); \quad (10)$$

$$h(t) = h_1(t) \circ h_2(t) = m(t, \beta) \circ n(t, \beta); \quad |\beta| < 1. \quad (11)$$

Данная конструкция – «мягкое» моделирование [20] конфигурации вычислительного шаблона.

– $m(t)$ и $n(t)$ являются произвольными функциями, следовательно для каждой из них могут существовать собственные моменты времени, в которых осуществляются равенства (7), (8), (9).

Последовательность построения (переход по времени) базисных функций состоит из следующей цепочки: $L_1(x, y) \rightarrow L_2(x, y) \rightarrow L_3(x, y) \rightarrow L_4(x, y) \rightarrow \dots \rightarrow L_{12}(x, y)$. Между базисными функциями осуществляются плавные переходы по времени. Далее построение цепочек базисных функций будем проводить соответственно в двух вышеуказанных возможностях. Отчет времени начнем с $t = 0$.

Построение базисной функции в 1-ом узле

Согласно (4), (7), (8), (9) получим конфигурацию базисной функции в 1-ом узле, рис. 4:

$$\begin{cases} N_1(x_1, y_1) = PF^{(i,e)pi} = a(m(t)) \pm 1 = 1, \\ N_1(x_k, y_k) = PF^{bd(i,e)p^{(i,e)}} = a(n(t)) \pm 1 = 0; \quad k = \overline{2;12}, \\ N_1(x, y)_{1-2,4-1,D} = PF^{(i,e)pid} = a(h(t)) \pm 1 = \alpha; \quad |\alpha| < 1, \\ N_1(x, y)_{2-3,3-4} = PF^{(i,e)pid} = a(h(t)) \pm 1 = PF^{bd(i,e)p^{(i,e)}} \equiv 0. \end{cases} \quad (12)$$

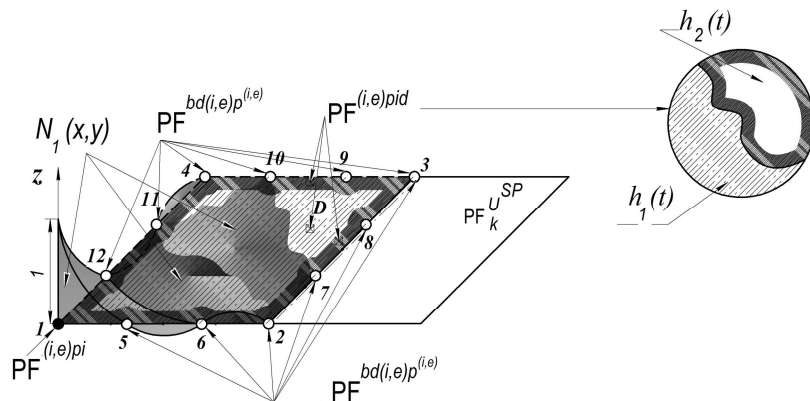


Рис. 4. Конфигурация базисной функции в 1-ом узле

В соответствии с конфигурациями вычислительного шаблона, получим:

– Согласно (10):

$$\exists a = \ln : \begin{cases} \ln(m(t)) = 0, \\ \ln(n(t)) = 1. \end{cases} \Rightarrow n(t) = e \times m(t); \quad (13)$$

Примем $A: m(t) = t \Rightarrow n(t) = e \times t$. Тогда (11) принимает вид:

$$\begin{cases} h(t)_{1-2,4-1} = t \times (-\frac{9}{16}\beta^3 + \frac{9}{16}\beta^2 + \frac{1}{16}\beta - \frac{1}{16}) + (e \times t) \times (1 - (-\frac{9}{16}\beta^3 + \frac{9}{16}\beta^2 + \frac{1}{16}\beta - \frac{1}{16})); & |\beta| < 1, \\ h(t)_{1-2} : \beta = x; & h(t)_{4-1} : \beta = y. \end{cases} \quad (14)$$

$$\begin{cases} h(t)_D = t \times \zeta + (e \times t) \times \tau; & |\zeta| < 1; & |\tau| < 1, \\ h(t)_D : (\zeta; \tau) = (x; y). \end{cases}$$

Из (13), (14) и A устанавливаем, что система (12) вступает в силу (образуется поверхность $L_i(x, y)$) при $t = T = 1$:

$$\begin{cases} N_1(x_1, y_1) = PF^{(i,e)pi} = \ln(1) + 1 = 1, \\ N_1(x_k, y_k) = PF^{bd(i,e)p^{(i,e)}} = \ln(e) - 1 = 0; & k = \overline{2;12}, \\ N_1(x, y)_{1-2,4-1,D} = PF^{(i,e)pid} \equiv L_1(x, y), \\ N_1(x, y)_{2-3,3-4} = PF^{(i,e)pid} = a(h(t)) \pm 1 = PF^{bd(i,e)p^{(i,e)}} = \ln(e) - 1 \equiv 0. \end{cases} \quad (15)$$

При $0 < t < 1$ система (12) принимает следующий вид:

$$\begin{cases} N_1(x_1, y_1) = PF^{(i,e)pi} = \ln(t) \pm 1, \\ N_1(x_k, y_k) = PF^{bd(i,e)p^{(i,e)}} = \ln(e \times t) \pm 1; & k = \overline{2;12}, \\ N_1(x, y)_{1-2,4-1,D} = PF^{(i,e)pid} = \ln(h(t)_{1-2,4-1,D}) \pm 1, \\ N_1(x, y)_{2-3,3-4} = PF^{(i,e)pid} = \ln(h(t)) \pm 1 = PF^{bd(i,e)p^{(i,e)}} \equiv \ln(e \times t) \pm 1. \end{cases} \quad (16)$$

Функция $N_1(x, y)$ имеет вид:

$$N_1(x, y) = (\ln(t) \pm 1)^\circ (\ln(e \times t) \pm 1)^\circ (\ln(h(t)_{1-2,4-1,D}) \pm 1); \quad 0 < t \leq 1, \quad (17)$$

где композиции функций в (17) равносильны (15) и (16).

Плавный переход от $L_1(x, y) \rightarrow N_2(x, y)$ осуществляется по правилам «absolute transition» (абсолютного перехода) и «absolute reversionary returning back transition after a certain time» (абсолютный реверсивный переход через определенное время) [15, с. 31; 15, с. 41]:

$$\begin{cases} PF^{(i,e)pi} \rightarrow^{\Omega(g(t))} PF^{bd(i,e)p^{(i,e)}}, \\ g(t) = (\ln(m(1+c)))^\circ \ln(n(1+c; \infty)) + (-1)^{[m(1+c)^\circ n(1+c; \infty)]}. \end{cases} \quad (18)$$

$$\begin{cases} PF^{bd(i,e)p^{(i,e)}} \rightarrow^{\Omega(g^r(t))} PF^{(i,e)pi}, & (k = 2) \\ g_1(t) = (\ln(m(1+c)))^\circ \ln(n(T_2)) + (-1)^{[m(1+c)^\circ n(T_2)]}; & t \in [1+c; T_2], \\ g_2(t) = (\ln(m(T_2+d)))^\circ \ln(n(T_2+d; \infty)) + (-1)^{[m(T_2+d)^\circ n(T_2+d; \infty)]}, \\ g^r(t) = g_1(t) \cup g_2(t), \end{cases} \quad (19)$$

где $(1+c)$ – момент времени плавного перехода $L_1(x, y) \rightarrow N_2(x, y)$; (T_2+d) – момент времени плавного перехода $L_2(x, y) \rightarrow N_3(x, y)$; T_2 – момент времени, при котором для

функции $N_2(x, y)$ вступает в силу система (27).

– Пусть $\forall m(t): \exists t = T_1$ так что выполняется (7):

$$N_1(x_1, y_1) = PF^{(i,e)pi} = a(m(T_1)) \pm 1 = 1. \quad (20)$$

Пусть $\forall n(t): \exists t = T_2 \neq T_1$, так что выполняется (8):

$$N_1(x_k, y_k) = PF^{bd(i,e)p^{(i,e)}} = a(n(T_2)) \pm 1 = 0. \quad (21)$$

С учетом (14) сведем (20) и (21) к единым условиям (22), (23):

$$\left\{ \begin{array}{l} T_2 > T_1 : \\ N_1(x_1, y_1) = PF^{(i,e)pi} = a(m(t)) \pm 1; \sup_t(a(m(t)) \pm 1) = 1; \quad t \in (0; T_2], \\ N_1(x_k, y_k) = PF^{bd(i,e)p^{(i,e)}} = a(n(t)) \pm 1; \inf_t(a(n(t)) \pm 1) = 0; \quad t \in (0; T_2]; \quad k = \overline{2; 12}, \\ PF^{(i,e)pid} = a((- \frac{9}{16}\beta^3 + \frac{9}{16}\beta^2 + \frac{1}{16}\beta - \frac{1}{16}) \times m(t) + (1 - (- \frac{9}{16}\beta^3 + \frac{9}{16}\beta^2 + \frac{1}{16}\beta - \frac{1}{16})) \times n(t)) \pm 1 = \\ = N_1(x, y)_{1-2,4-1} = \lambda_1\beta^3 + \lambda_2\beta^2 + \lambda_3\beta + \lambda_4; \quad \lambda_j \in R; \quad j = \overline{1; 4}; \quad T_1 < t < T_2, \\ PF^{(i,e)pid} = a(\zeta \times m(t) + \tau \times n(t)) \pm 1 = N_1(x, y)_D = \sum_{k,l=0}^4 \mu_{kl} \times \zeta^k \tau^l; \quad \mu_{kl} \in R, \quad T_1 < t < T_2, \\ PF^{(i,e)pid} = a(h(t)_{1-2,4-1,D}) \pm 1 = N_1(x, y)_{1-2,4-1,D} = L_1(x, y), \quad t = T_2, \\ N_1(x, y)_{2-3,3-4} = PF^{(i,e)pid} = a(h(t)) \pm 1 = \inf_t(a(n(t)) \pm 1) = 0; \quad t \in (0; T_2]. \end{array} \right. \quad (22)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} T_2 < T_1 : \\ N_1(x_1, y_1) = PF^{(i,e)pi} = a(m(t)) \pm 1; \sup_t(a(m(t)) \pm 1) = 1; \quad t \in (0; T_1], \\ N_1(x_k, y_k) = PF^{bd(i,e)p^{(i,e)}} = a(n(t)) \pm 1; \inf_t(a(n(t)) \pm 1) = 1; \quad t \in (0; T_1]; \quad k = \overline{2; 12}, \\ PF^{(i,e)pid} = a((- \frac{9}{16}\beta^3 + \frac{9}{16}\beta^2 + \frac{1}{16}\beta - \frac{1}{16}) \times m(t) + (1 - (- \frac{9}{16}\beta^3 + \frac{9}{16}\beta^2 + \frac{1}{16}\beta - \frac{1}{16})) \times n(t)) \pm 1 = \\ = N_1(x, y)_{1-2,4-1} = \lambda_1\beta^3 + \lambda_2\beta^2 + \lambda_3\beta + \lambda_4; \quad \lambda_j \in R; \quad j = \overline{1; 4}; \quad T_2 < t < T_1, \\ PF^{(i,e)pid} = a(\zeta \times m(t) + \tau \times n(t)) \pm 1 = N_1(x, y)_D = \sum_{k,l=0}^4 \mu_{kl} \times \zeta^k \tau^l; \quad \mu_{kl} \in R, \quad T_2 < t < T_1, \\ PF^{(i,e)pid} = a(h(t)_{1-2,4-1,D}) \pm 1 = N_1(x, y)_{1-2,4-1,D} = L_1(x, y), \quad t = T_1, \\ N_1(x, y)_{2-3,3-4} = PF^{(i,e)pid} = a(h(t)) \pm 1 = \inf_t(a(n(t)) \pm 1) = 1; \quad t \in (0; T_1]. \end{array} \right. \quad (23)$$

Условия (22) и (23) являются обобщенными к конфигурации (12). Функция $N_1(x, y)$ имеет вид:

$$N_1(x, y) = (a(m(t)) \pm 1)^\circ (a(n(t)) \pm 1)^\circ (a(h(t)_{1-2,4-1,D}) \pm 1); \quad t \in (0; T_1] \quad \text{или} \quad t \in (0; T_2], \quad (24)$$

где композиции функций в (24) равносильны (22) и (23).

Плавный переход от $L_1(x, y) \rightarrow N_2(x, y)$ осуществляется по правилам [15, с. 31; 15, с. 41]:

$$\left\{ \begin{array}{l} PF^{(i,e)pi} \rightarrow \Omega(g(t)) \quad PF^{bd(i,e)p^{(i,e)}}, \\ g(t) = (a(m(T_{1,2} + c))^\circ a(n(T_{1,2} + c; \infty)) + (-1)^{[m(T_{1,2} + c)^\circ n(T_{1,2} + c; \infty)]}). \end{array} \right. \quad (25)$$

$$\begin{cases} PF^{bd(i,e)p^{(i,e)}} \rightarrow^{\Omega(g^r(t))} PF^{(i,e)pi}, & (k=2) \\ g_1(t) = (a(m(T_{1,2}+c))^{\circ} a(n(T_3)) + (-1)^{[m(T_{1,2}+c)^{\circ} n(T_3)]}); & t \in [T_{1,2}+c; T_3], \\ g_2(t) = (a(m(T_3+d))^{\circ} a(n(T_3+d;\infty)) + (-1)^{[m(T_3+d)^{\circ} n(T_3+d;\infty)]}), \\ g^r(t) = g_1(t) \cup g_2(t), \end{cases} \quad (26)$$

где $(T_{1,2}+c)$ – момент времени плавного перехода $L_1(x,y) \rightarrow N_2(x,y)$; (T_3+d) – момент времени плавного перехода $L_2(x,y) \rightarrow N_3(x,y)$; T_3 – момент времени, при котором для функции $N_2(x,y)$ вступает в силу система (27).

Построение базисных функций в 2 – 12-ом узлах

Построение функций $N_j(x,y)$, $j = \overline{2;12}$ осуществляется аналогично функции $N_1(x,y)$ с учетом конфигураций базисных функций (27):

$$\begin{cases} N_i(x_i, y_i) = PF^{(i,e)pi} = a(m(t)) \pm 1 = 1; & i = \overline{2;12}, \\ N_i(x_k, y_k) = PF^{bd(i,e)p^{(i,e)}} = a(n(t)) \pm 1 = 0; & k = \overline{1;12}/\{i\}, \\ N_i(x, y)_{i \in m \cap n, D} = PF^{(i,e)pid} = a(h(t)) \pm 1 = \alpha; & |\alpha| < 1, \\ N_i(x, y)_{i \notin m \cap n} = PF^{(i,e)pid} = a(h(t)) \pm 1 = PF^{bd(i,e)p^{(i,e)}} \equiv 0, \end{cases} \quad (27)$$

где $i \in m \cap n$ – узел, с которым ассоциируется сторона(-ы) стандартного квадрата.

Ансамблирование поверхностей

Исходя из всего вышесказанного, получаем для (3), что $G(t)$ – глобальная функция времени изменения аппликат поверхностей $L_i(x,y,t)$:

$$G(t) = N_1(x,y)^{\circ} N_2(x,y)^{\circ} N_3(x,y)^{\circ} N_4(x,y)^{\circ} N_5(x,y)^{\circ} N_6(x,y)^{\circ} N_7(x,y)^{\circ} N_8(x,y)^{\circ} N_9(x,y)^{\circ} N_{10}(x,y)^{\circ} N_{11}(x,y)^{\circ} N_{12}(x,y)^{\circ} g(t)^{\circ} g^r(t). \quad (28)$$

Выводы

В случае успешного тестирования ИТ-платформ, которые могут быть созданы на основе алгоритмов the theory of plafales [16, 18], возникает возможность не использовать уже известный стандартный базис $L_i(x,y)$. Вместо него – сразу же использовать функции $N_i(x,y)$. Соответственно исследуемая функция $L_i(x,y,t)$ будет иметь следующий вид: $L_i(x,y,t) \equiv G(t)$. Все известные информационные платформы в МКЭ, используемые в инженерных расчетах, содержат в себе известный набор стандартных (О. Зенкевича) базисных функций. Предлагаемый алгоритм не нарушает монументальность поверхностей стандартных (О. Зенкевича) или альтернативных (А. Н. Хомченка) базисных функций. ИТ-платформа в МКЭ (на базе алгоритмов the theory of plafales) будет выполнять следующие функции: 1. В автоматическом режиме конструировать поверхность базисной функции на вычислительном шаблоне, на котором человек еще не нашел базис. Для того чтобы платформа в конечном виде построила монументальную поверхность базисной функции, ей необходимо “проанализировать” промежуточные поверхности, которые образуются до финальной — монолитной (базисной) поверхности. Для реализации этого вводиться

ключевой параметр — время. 2. Отображать формообразование (рельеф) нестационарного температурного поля с динамическими термоэлементами. 3. Функционировать интегральным программным комплексом, который будет находить физически адекватные альтернативные модели на сложных вычислительных шаблонах и выполнять свою роль в инженерных применениях.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Courant R. Variational methods for the solution of problems of equilibrium and vibrations / R. Courant / – Bull. Amer. Math. Soc. – 1943. – V. 49. – P. 1 – 23.
2. Сильвестер П. Метод конечных элементов для радиоинженеров и инженеров-электриков / П. Сильвестер, Р. Феррари. – М.: Мир, 1986. – 229 с.
3. Сегерлинд Л. Применение метода конечных элементов / Сегерлинд Л. – М.: Мир, 1979. – 392 с.
4. Марчук Г. И. Введение в проекционно-сеточные методы / Г. И. Марчук, В. И. Агошков. – М.: Мир, 1981. – 416 с.
5. Оден Дж. Конечные элементы в нелинейной механике сплошных сред / Оден Дж. – М.: Мир, 1976. – 464 с.
6. Зенкевич О. Метод конечных элементов в технике / Зенкевич О. – М.: Мир, 1975. – 541 с.
7. Митчелл Э. Метод конечных элементов для уравнений с частными производными / Э. Митчелл, Р. Уэйт. – М.: Мир, 1981. – 216 с.
8. Ergatoudis I. Curved isoparametric quadrilateral elements for finite element analysis / I. Ergatoudis, B. M. Irons, O. C. Zienkiewicz // Int. J. Solids Struct. – 1968. – V. 4. – P. 31 – 42
9. Стренг Г. Теория метода конечных элементов / Г. Стринг, Дж. Фикс. – М.: Мир, 1981. – 416 с.
10. Wachspress E. I. A rational finite element basis / E. I. Wachspress. – Academic Press: New York, 1975. – 216 p.
11. Хомченко А. Н. Некоторые вероятностные аспекты МКЭ / А. Н. Хомченко. – Ив. - Франк. ин-т нефти и газа: Ивано-Франковск, 1982. – 6 с. Деп. в ВИНТИ, № 1213.
12. Хомченко А. Н. Метод конечных элементов: стохастический подход / А. Н. Хомченко. – Ив. - Франк. ин-т нефти и газа: Ивано-Франковск, 1982. – 7 с. Деп. в ВИНТИ, № 5167.
13. Topchy D. The theory of plafales: the proof of P versus NP problem / Topchy D. – Best Global Publishing, 2011. – 634 p.
14. Topchy D. The theory of plafales: the proof algorithms for millennium problems / Topchy D. – Best Global Publishing, 2013. – 695 p.
15. Topchy D. The theory of plafales: the proof algorithms for millennium problems [Электронный ресурс] / Topchy D. – Best Global Publishing, 2013. – 695 p. – Режим доступа до ресурсу: <http://eleanor-cms.ru/uploads/book.pdf>.
16. The theory of plafales: Applications of new cryptographic algorithms and platforms in Military complex, IT, Banking system, Financial market [Электронный ресурс] / Topchy D. // XLII KONFERENCJA ZASTOSOWAN MATEMATYKI. – 2013. – Режим доступа до ресурсу: <http://www.impan.pl/~zakopane/42/Topchy.pdf>.
17. Зенкин А. А. Когнитивная компьютерная графика / Зенкин А. А. – М.: Наука, 1991. – 192 с.
18. XLII KONFERENCJA ZASTOSOWAN MATEMATYKI, 2013 / [Электронный ресурс] // Режим доступа до ресурсу: <http://www.impan.pl/KZM/42/>.
19. Коннор Дж. Метод конечных элементов в механике жидкости / Дж. Коннор, К. Бреббиа. – Л.: Судостроение, 1979. – 264 с.
20. Арнольд В. И. Жесткие и мягкие математические модели / Арнольд В. И. – М.: МЦНМО, 2008. – 32 с.

Топчий Дмитрий Олегович – соискатель кафедры прикладной и высшей математики.

Черноморский государственный университет имени Петра Могилы, г. Николаев.