

Ю. И. Тугай, д. т. н., с. н. с.; А. Б. Бесараб

МОДЕЛЬ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ТРАНСФОРМАТОРА НАПРЯЖЕНИЯ ДЛЯ ИССЛЕДОВАНИЯ ФЕРРОРЕЗОНАНСНЫХ ПРОЦЕССОВ

Разработана математическая модель электромагнитного трансформатора напряжения. Явление гистерезиса отображено на модели Джилса-Атертона, в которой учтено влияние скорости перемагничивания на величину коэрцитивной силы.

Ключевые слова: феррорезонанс, основная кривая намагничивания, гистерезис, модель Джилса-Атертона.

Введение

Сложность проведения натурного изучения феррорезонансных процессов (ФРП), а так же связанная с этим опасность повреждения оборудования подстанции способствовали становлению математического моделирования как основного средства изучения ФРП. Наиболее сложной частью математической модели для исследования ФРП является модель нелинейного электромагнитного трансформатора напряжения (ТН). Проблеме исследования ФРП посвящено большое количество работ как отечественных, так и зарубежных авторов, однако есть основания полагать, что проблема еще до конца не решена. Обычно авторы при формировании математической модели электромагнитного ТН осуществляют значительные упрощения: магнитную систему учитывают только по основной кривой намагничивания, не учитывают каскадность, используют кусочно-линейную аппроксимацию и т. п. [1, 2]. Если учитывать большую чувствительность процесса развития феррорезонансных колебаний от начальных условий и точности описания параметров элементов схемы замещения, то любые упрощения расчетной схемы будут приводить к погрешностям при моделировании.

Целью данной работы является разработка математической модели электромагнитного трансформатора напряжения для исследования феррорезонансных процессов в распределительных устройствах с учетом явления гистерезиса и каскадности.

Схема замещения электромагнитного трансформатора напряжения

Электромагнитные трансформаторы типа НКФ, используемые в распределительных устройствах (РУ) подстанций электрических сетей напряжением 110 – 500 кВ, имеют каскадное исполнение. Каждый каскад представляет собой отдельный трансформатор с неразветвленным магнитопроводом (рис. 1), поэтому магнитный поток через все катушки одного каскада можно считать одинаковым.

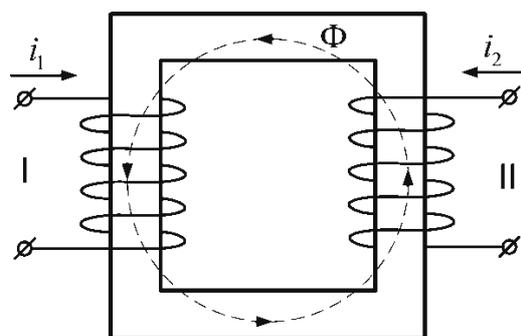


Рис. 1. Магнитная система каскада ТН

Электрическая схема замещения каскада ТН представлена на рис. 2. Активные сопротивления и индуктивности рассеиваний представлены элементами R_1, R_2, L_1, L_2 . n_1, n_2 – количества витков соответственно первичной и вторичной обмоток.

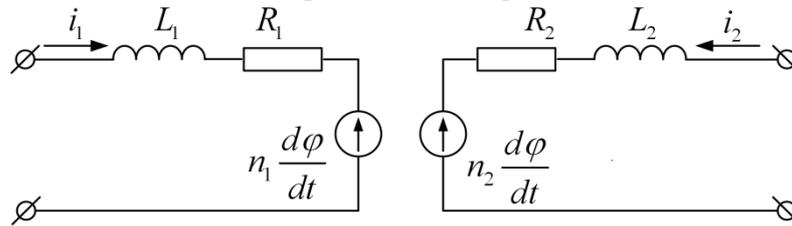


Рис. 2. Электрическая схема замещения каскада трансформатора

Напряженность магнитного поля, вызванную токами в обмотках трансформатора, определяют по соотношению:

$$H = \frac{i_1 n_1 + i_2 n_2}{l_{cp}}, \quad (1)$$

где l_{cp} – средняя длина магнитной силовой линии.

Магнитный поток можно рассчитать по формуле:

$$\varphi = B(H) \cdot S, \quad (2)$$

где S – сечение магнитопровода ТН.

Функции аппроксимации кривых намагничивания

Для моделирования нелинейных индуктивных элементов чаще всего применяют основную кривую намагничивания, представляющую собой геометрическое место вершин гистерезисных циклов, полученных при циклическом перемагничивании сердечника. Она может быть представлена в виде зависимостей потокосцепления от тока намагничивания обмотки $\Psi = f(i)$ или магнитной индукции от напряженности магнитного поля $B = f(H)$. Также можно использовать обратные функциональные зависимости. В работе [3] приведен ряд вариантов аппроксимации кривых намагничивания. Рассмотрим их подробнее.

Кусочно-линейная аппроксимация предусматривает замену реальной кривой ломаной с несколькими точками излома. Число линейных участков зависит от требуемой точности отображения кривой намагничивания и диапазона ее изменения. Основным преимуществом использования кусочно-линейной аппроксимации является возможность перехода к решению линейной задачи. А основным недостатком данного приближения является скачкообразное изменение производной при переходе от одного участка к другому, что может привести к недопустимым погрешностям при использовании численных методов. Поэтому при исследовании феррорезонансных схем использование данной функции аппроксимации ограничено.

Логарифмическая и экспоненциальная аппроксимации ограничены задачами расчета магнитных цепей с постоянными полями, поэтому при исследовании феррорезонансных схем использование данных функций аппроксимации нерационально. Гиперболическая аппроксимация основной кривой намагничивания имеет приближения к реальной кривой только в областях сильных полей, поэтому при исследовании феррорезонансных схем использование данной аппроксимации недопустимо.

В целом широкое применение имеют степенные функции, так как они позволяют выполнять расчеты магнитных цепей с переменными магнитными полями. Точность аппроксимации реальной кривой степенным полиномом пропорциональна количеству

членов полинома. Однако увеличение количества членов полинома приводит к усложнению определения его коэффициентов.

Функции гиперболических синуса и тангенса при разложении в ряд превращаются в степенные полиномы. Результаты аппроксимации гиперболическими синусом и тангенсом близки к аппроксимации степенным полиномом, и во многих случаях имеют достаточно точное совпадение с данными натурных экспериментов.

Метод сплайнов оказывается довольно эффективным при условии предъявления жестких требований к точности аппроксимации кривой намагничивания. За счет применения различных аппроксимирующих функций на отдельных участках кривой намагничивания достигается непрерывность не только самой сплайн-функции, но и ее производной. Ограничением использования метода сплайнов является громоздкость расчетов.

Высокой точности аппроксимации кривой намагничивания удается достичь благодаря использованию рациональных функций. Однако для определения коэффициентов аппроксимации необходимо использовать большое количество экспериментальных точек $(2n+1)$, что не всегда возможно из-за ограниченности исходных данных.

Широкое распространение получило применение арктангенсных функций аппроксимации кривых намагничивания нелинейных индуктивных элементов, поскольку как саму функцию, так и ее производную исчисляют сравнительно просто при достаточной точности отображения оригинальной кривой, поэтому для дальнейших исследований в качестве модели была применена арктангенсная функция аппроксимации с тремя коэффициентами и линейным членом [2]:

$$B = \alpha \cdot \operatorname{arctg}(\beta H) + \gamma H, \quad (3)$$

где α , β , γ – коэффициенты аппроксимации.

Моделирование магнитного гистерезиса

При моделировании феррорезонансных процессов по основной кривой намагничивания явление гистерезиса обычно предлагают учитывать введением в расчетную модель активной поперечной проводимости. Однако такой учет явления гистерезиса накладывает определенные неточности, что в сочетании с чувствительностью феррорезонансных процессов может привести к ошибочным результатам моделирования, поэтому при моделировании феррорезонансных процессов следует использовать модели гистерезиса. В большинстве компьютерных стимуляторов явление гистерезиса описывают по моделям Дж. Чана [4] и Джилса-Атертона [5]. Модель Дж. Чана реализуется гораздо проще, однако она не позволяет достаточно точно воспроизвести основную кривую намагничивания, что имеет большое значение при моделировании феррорезонансных процессов. Основой модели Джилса-Атертона является безгистерезисная кривая, представляющая собой зависимость безгистерезисной намагниченности от напряженности магнитного поля. Модель Джилса-Атертона позволяет максимально точно отобразить основную кривую намагничивания, поэтому при моделировании феррорезонансных процессов целесообразно использовать именно ее.

Связь между магнитной индукцией, напряженностью магнитного поля и намагниченностью описывают соотношением:

$$B = \mu_0(M + H). \quad (4)$$

Выразив из данного равенства намагниченность и подставив магнитную индукцию из (3), получим зависимость безгистерезисной намагниченности от напряженности магнитного поля:

$$M_{an}(H) = \frac{1}{\mu_0} B_{an}(H) - H = \frac{\alpha}{\mu_0} \cdot \arctg(\beta H) + H \left(\frac{\gamma}{\mu_0} - 1 \right). \quad (5)$$

Производная безгистерезисной намагниченности от напряженности магнитного поля имеет довольно простую математическую запись:

$$\frac{dM_{an}}{dH} = \frac{1}{\mu_0} \left(\gamma + \frac{\alpha \cdot \beta}{1 + (\beta \cdot H)^2} \right) - 1. \quad (6)$$

Описание гистерезисных процессов в ферромагнетиках основывается на теории движения доменных стенок в переменном магнитном поле. Эффект отставания внутреннего поля при перемагничивании подобен эффекту сухого трения между доменными стенками. Реальные процессы перемагничивания ферромагнитных материалов сопровождаются упругим изгибом доменных границ. Поэтому гистерезисная модель также должна учитывать и эффект вязкого трения, что достигается благодаря учету добавки пропорциональной производной безгистерезисной намагниченности от напряженности магнитного поля. В результате получаем уравнение:

$$\frac{dM}{dH} = \frac{M_{an} - M}{K} \cdot \delta + \frac{C}{1 + C} \cdot \frac{dM_{an}}{dH}, \quad (7)$$

где K – величина коэрцитивной силы петли гистерезиса; δ – коэффициент, учитывающий направление перемагничивания.

Одной из основных отличительных черт феррорезонансных процессов является значительное искажение формы кривых тока и напряжения, то есть возникновение высших гармонических составляющих. Другой особенностью феррорезонансных схем является возможность возникновения устойчивых колебаний на частотах, отличающихся от частоты сети, прежде всего, на третьей субгармонике.

Модель Джилса-Атертона при переменных значениях скорости намагничивания, имеющей место при феррорезонансе, имеет разногласия с экспериментальными результатами. Основным параметром, характеризующим динамические свойства (прежде всего, потери) ферромагнитных материалов, является зависимость коэрцитивной силы от скорости перемагничивания. В работе [6] авторы предлагают аппроксимировать упомянутую зависимость линейной функцией вида:

$$H_C = H_{C0} + K_{hcf} \cdot \left| \frac{dH}{dt} \right|, \quad (8)$$

где H_{C0} , K_{hcf} – коэффициенты линейной регрессии.

Подставив значения рассчитанной по (8) коэрцитивной силы в уравнение (7), получим полное уравнение перемагничивания ферромагнитного сердечника ТН:

$$\frac{dM}{dH} = \frac{M_{an} - M}{H_{C0} + K_{hcf} \cdot \left| \frac{dH}{dt} \right|} \cdot \delta + \frac{C}{1 + C} \cdot \frac{dM_{an}}{dH}. \quad (9)$$

Полученные уравнения (4), (5) и (9) представляют собой конечную модель для описания магнитной системы каждого отдельного каскада электромагнитного трансформатора напряжения. Разработанная модель была реализована в среде Matlab. Полученная для одного каскада НКФ-330 гистерезисная кривая представлена на рис. 3.

Результаты численного моделирования с использованием разработанной модели каскада ТН показали, что учет явления гистерезиса имеет значительное влияние прежде всего на границе областей существования феррорезонансных процессов, а также на возникновение и течение феррорезонансных процессов на субгармониках.

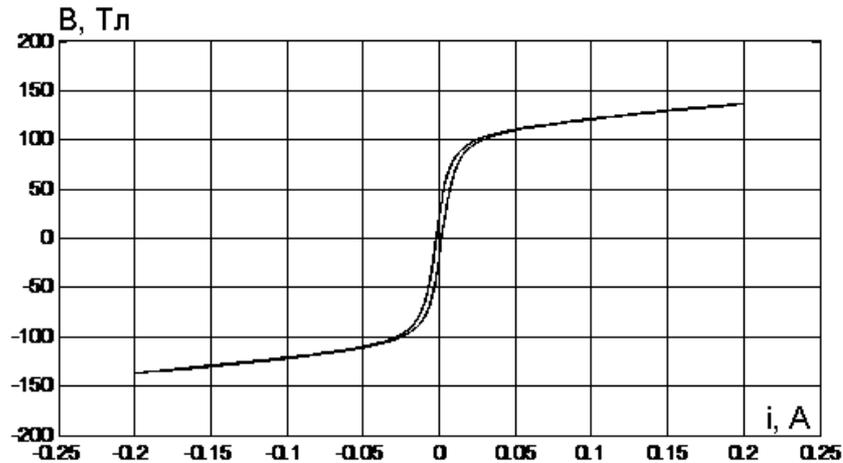


Рис. 3. Кривая гистерезиса для одного каскаду НКФ-330

Выводы

Разработана модель трансформатора напряжения, учитывающая каскадность и явление гистерезиса. Учтено влияние скорости перемагничивания сердечника трансформатора на величину потерь активной энергии, что крайне важно, поскольку феррорезонансные процессы сопровождаются значительным искажением формы кривой тока и могут возникать на частотах, отличающихся от основной частоты.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРИ

1. Stosur M. ATP/EMTP Study of Ferroresonance Involving HV Inductive VT and Circuit Breaker Capacitance / M. Stosur, W. Piasecki, M. Florkowski, M. Fulczyk // Power Quality and Utilization, Journal. – 2008. – Vol. XIV, No. 2. – P. 49 – 53.
2. Бесараб О. Б. Моделювання феррорезонансного процесу в трансформаторі напруги прямим методом / О. Б. Бесараб, Ю. І. Тугай // Праці Інституту електродинаміки НАН України: Зб. наук. пр. – 2011. – Вип. 30. – С. 87 – 90.
3. Бессонов Л. А. Электрические цепи со сталью / Бессонов Л. А. – М. : Госэнергоиздат, 1946. – 171 с.
4. Chan J. H. Nonlinear Transformer Model for Circuit Simulation / J. H. Chan, A. Vladimirescu, X. C. Gao, P. Liebmann, J. Valainis // IEEE transactions on computer-aided design. – 1991. – Vol. 10, № 4. – P. 476 – 482.
5. Jiles D. C. Theory of ferromagnetic hysteresis / D. C. Jiles, D. L. Atherton // Journal of Magnetism and Magnetic Materials. – 1986. – Vol. 61. – P. 48 – 60.
6. Амелин С. А. Модификация модели Джилса-Атертона для учета частотных свойств ферромагнетиков / С. А. Амелин, А. А. Новиков, К. Н. Строев, Н. Н. Строев // Электричество. – 1995. – № 11. – С. 60 – 63.

Тугай Юрий Иванович – доктор технических наук, заведующий отделом оптимизации систем электроснабжения.

Институт электродинамики НАН Украины.

Бесараб Александр Борисович – ассистент кафедры электрических сетей и систем.

Национальный технический университет Украины «КПИ».