

УДК 681.515:519.2

В. М. Дубовой, д. т. н., проф.; И. В. Пилипенко; Р. С. Стець

ПРИМЕНЕНИЕ МАРКОВСКОЙ МОДЕЛИ ДЛЯ АНАЛИЗА ВЛИЯНИЯ ЦИКЛИЧНОСТИ НА УПРАВЛЕНИЕ РАЗВЕТВЛЕННЫМ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИМ ПРОЦЕССОМ

В статье получена неоднородная марковская модель, которая позволяет оценить риск вариантов реализации циклического разветвленного технологического процесса и выбрать реализацию с минимальным риском. На основе разработанной модели осуществлено прогнозирование по целесообразности количества повторений циклического технологического процесса. Разработанная модель применена к технологическому процессу тестирования программного обеспечения.

Ключевые слова: *циклический технологический процесс, марковская модель, риск.*

Введение

Во многих отраслях промышленности наибольшее распространение получили сложные разветвленно-циклические технологические процессы (РЦТП) [1].

Циклическость – свойство РЦТП, при котором операция (или несколько операций) повторяются. Здесь важное место занимает принятие решения о прекращении циклическости [1]. Наличие альтернативы повторения как отдельного подпроцесса, так и группы подпроцессов и процесса в целом определяет особенность циклических процессов.

Среди современной литературы важное место занимает моделирование циклических экономических процессов [2]. Построение адекватных математических моделей экономических циклических процессов определяет развитие и применение новейших информационных технологий для задач автоматизированного анализа и прогноза экономических циклов. Среди основоположников математического моделирования и анализа экономических циклов такие известные ученые, как Слуцкий, Фриш, Лоуса. Этой тематике посвящено значительное количество научных работ, в частности [3, 4].

Однако до сих пор остаются мало изученными вопросы управления разветвленными технологическими процессами с повторяемостью (циклическостью).

Задача моделирования циклических РТП осложняется из-за неопределенности количества повторений цикла, а также из-за зависимости параметров операций следующих циклов от параметров и характеристик предыдущих, поэтому решение задачи моделирования циклических РТП является **актуальным**.

Ход и результаты выполнения отдельных подпроцессов зависят от входных параметров предмета производства и не зависят от того, какими средствами и как эти параметры предмета производства получены. В циклических РТП на ход выполнения одного потока операций может влиять ход выполнения циклического потока операций, поэтому можно предположить, что циклический РТП может быть описан неоднородной марковской моделью [5, 6].

Модель управления разветвленными технологическими процессами основывается на неопределенных циклических графах и неоднородных марковских цепях [6, 7].

Цель работы состоит в построении неоднородной марковской модели для циклических РТП и применении этой модели для анализа влияния циклическости на управление разветвленными технологическими процессами.

Алгоритм преобразования графа циклического РТП в ациклический

Для упрощения применения марковской модели к циклическим процессам предложим преобразование циклического графа выполнения операций РЦТП в эквивалентный ему ациклический. Схема такого преобразования показана на рис. 1.

Сущность преобразования состоит в представлении каждой реализации цикла как ответвленной части процесса (подпроцесса), переход к которой осуществляется в результате принятия решения в конце предыдущей реализации. На рис. 1 пунктирными стрелками показано влияние операций предварительной реализации цикла на операции последующей реализации.

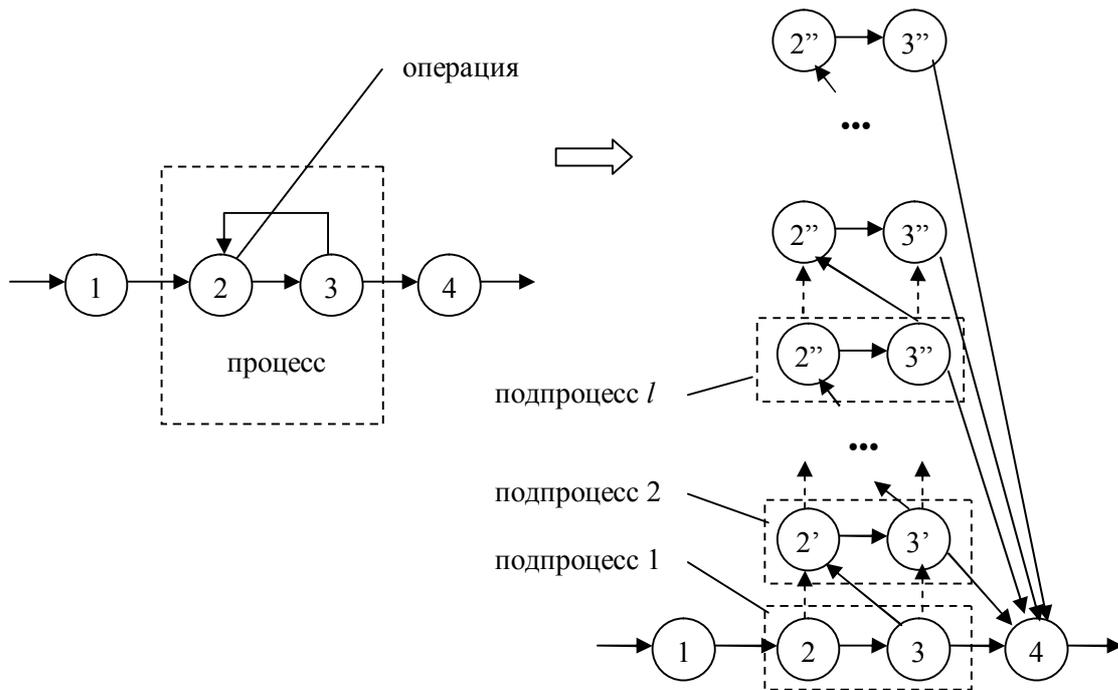


Рис. 1. Схема превращения циклического графа на ациклический

На основе рис. 1 разработан способ преобразования графа разветвленного технологического процесса ациклический с учетом допустимой кратности выполнения подпроцессов, в котором за счет использования ориентированных графов и учета кратности циклов достигается возможность построения структуры технологического процесса разветвленного типа в условиях неопределенности входных параметров, что приводит к снижению потерь и повышению эффективности при управлении технологическими процессами.

Алгоритм преобразования циклического графа РЦТП изображен на рис. 2. На рисунке обозначено: G – матрица смежности графа; N – количество вершин; C_i – цикл; $\{ C_i \}$ – множества циклов; m – количество циклов; n_i – количество вершин в i -ом цикле; k_i – максимальная кратность повторения i -го цикла.

Применение марковской модели РТП к циклическим процессам

Представим применение марковской модели РТП к циклическим процессам, учитывая преобразования циклического графа в эквивалентный ему ациклический.

Марковскую модель технологического процесса представим как совокупность марковских моделей операций и подпроцессов P_i . За основу возьмем неоднородную марковскую модель [8].

На рис. 3 изображен пример графа изменения состояний операции. Под «состоянием» будем понимать совокупность значений параметров операции.

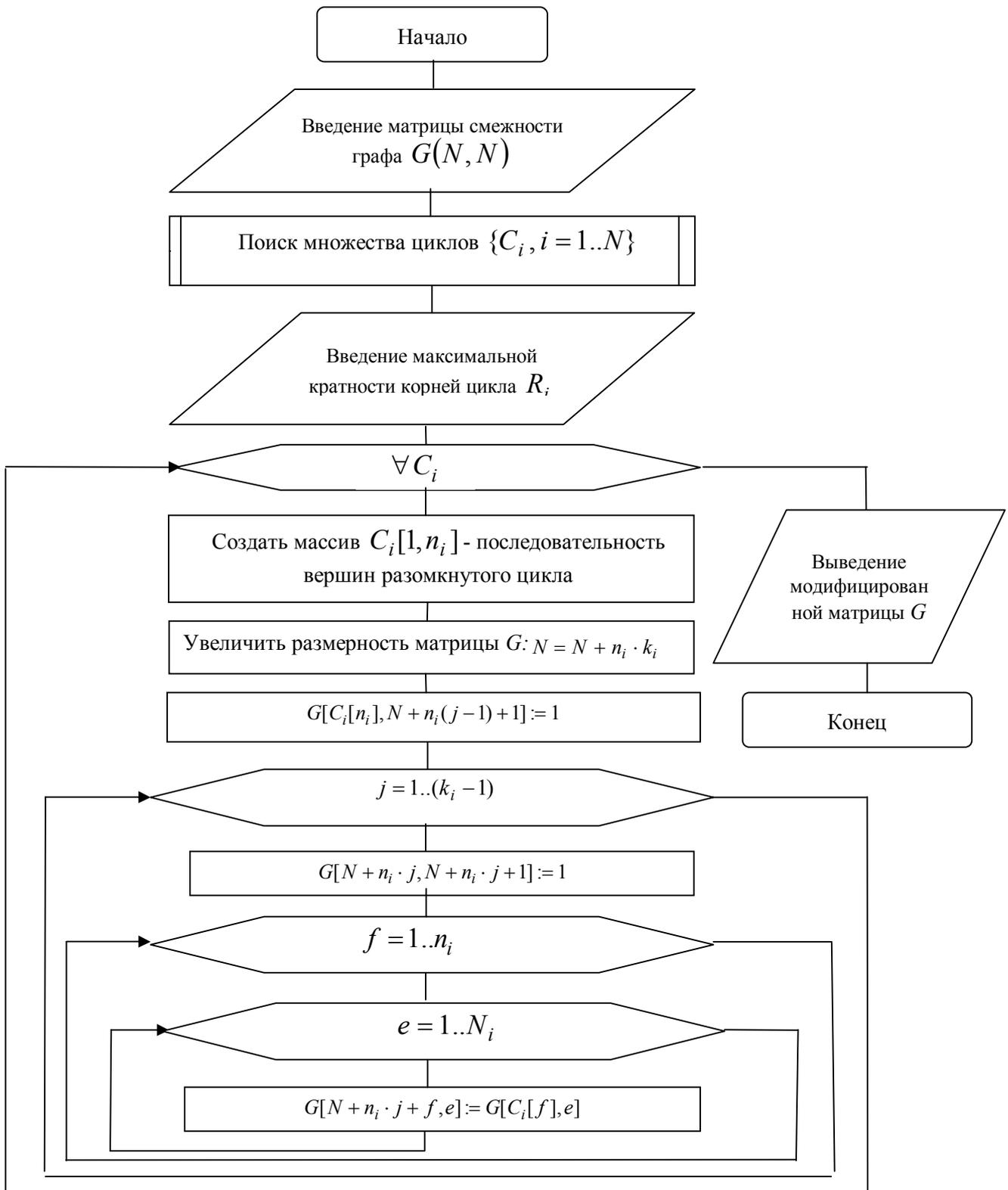


Рис. 2. Алгоритм преобразования графа РТП в ациклический с учетом допустимой кратности выполнения подпроцессов

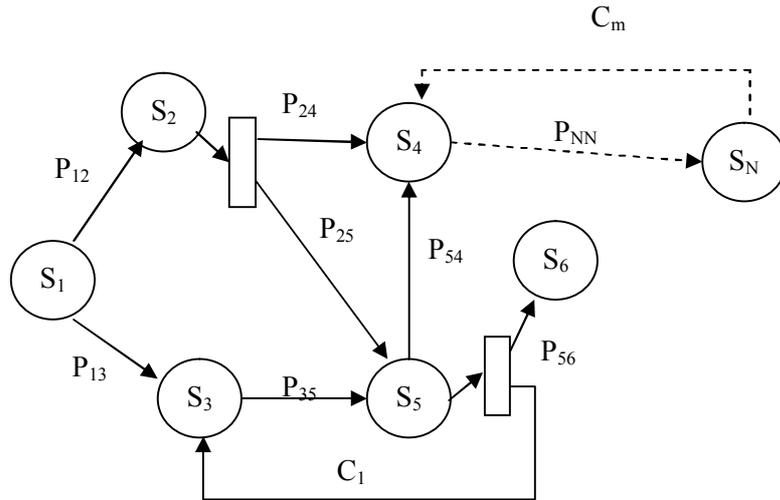


Рис. 3. Граф изменения состояний операции

Пусть m – максимальное количество состояний операции циклического РТП. Обозначим через b_{ij} вероятность перехода операции из состояния S_i в состояние S_j . Тогда вероятности переходов операции из одного состояния в другое описывают матрицей.

$$B = \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & \dots & b_{1m} \\ b_{21} & b_{22} & \dots & b_{2m} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ b_{m1} & b_{m2} & \dots & b_{mm} \end{pmatrix}. \tag{1}$$

Схема взаимосвязи между состояниями операций и содержание обозначений изображены на рис. 4.

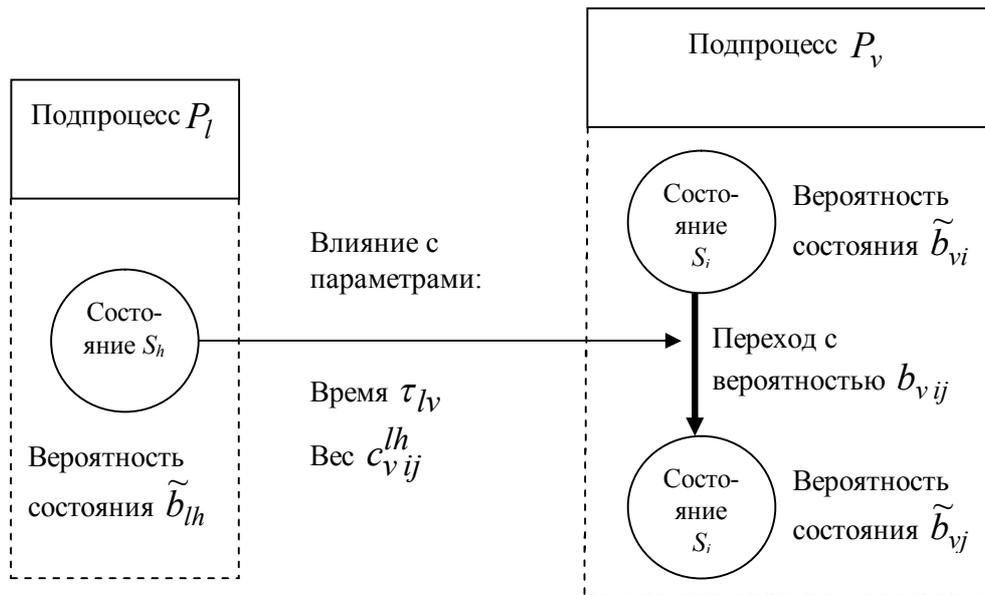


Рис. 4. Схема связи параметров марковской модели операций РТП

Поскольку переходные вероятности являются переменными, что обусловлено взаимным

влиянием операций двух последовательных подпроцессов, то марковская модель циклического РТП является неоднородной.

В [8] также приведена линеаризованная модель для оценки вероятности состояния двух подпроцессов.

$$\tilde{b}_{vj} = \sum_{i=1}^m \left\{ \tilde{b}_{vi} \cdot \left[c_{vij}^{00} + \sum_{l=1}^n \sum_{h=1}^m \left(c_{vij}^{lh} \cdot \tilde{b}_{lh} \right) \right] \right\}, v=1..n, \quad i, j=1..m, \quad (2)$$

где $\tilde{B}^{(k)}$ – матрица вероятностей состояний подпроцессов; C_v – 4-мерный массив весовых коэффициентов $[n, m, n+1, m+1]$.

Элемент матрицы $c_{vij}^{lh} \in C_v$ определяет влияние h -го состояния l -го подпроцесса на вектор переходных вероятностей v -го подпроцесса. Элемент c_{vij}^{00} – вероятность перехода v -го подпроцесса с i -го в j -е состояние без учета влияния других подпроцессов.

Учитывая детерминированный характер последовательности операций РЦТП и то, что рассматривается влияние операции предварительного подпроцесса на ход аналогичной операции следующего подпроцесса, то есть $l = v-1$, модель (2) упрощается

$$\tilde{b}_{vj} = \sum_{i=1}^m \left\{ \tilde{b}_{vi} \cdot \left[c_{vij}^{00} + \sum_{h=1}^m \left(c_{vij}^{(v-1),h} \cdot \tilde{b}_{(v-1),h} \right) \right] \right\}.$$

Будем рассматривать номер состояния операции как вектор параметров X . Тогда модель (2) будет иметь вид

$$\tilde{b}_v(X_j) = \sum_{i=1}^m \left\{ \tilde{b}_v(X_i) \cdot \left[c_v^{00}(X_i, X_j) + \sum_{h=1}^m \left(c_v^{v-1,h}(X_i, X_j) \cdot \tilde{b}_{v-1}(X_h) \right) \right] \right\}. \quad (3)$$

Если учесть влияние подпроцесса $v-2$, то получим

$$\tilde{b}_{v-1}(X_h) = \sum_{i=1}^m \left\{ \tilde{b}_{v-1}(X_i) \cdot \left[c_{v-1}^{00}(X_i, X_h) + \sum_{r=1}^m \left(c_{v-1}^{v-2,r}(X_i, X_h) \cdot \tilde{b}_{v-2}(X_r) \right) \right] \right\}. \quad (4)$$

Учитывая, что соотношение (3) и (4) являются моделями различных реализаций одного и того же подпроцесса, можно записать

$$\begin{aligned} c_v^{00}(X_i, X_j) &= c_{v-1}^{00}(X_i, X_j) = c_1; \\ c_v^{v-1,h}(X_i, X_j) &= c_{v-1}^{v-2,h}(X_i, X_j) = c_2. \end{aligned} \quad (5)$$

Подставляем (4) в (3) и с учетом (5) получаем

$$\tilde{b}_v(X_j) = \sum_{i=1}^m \left\{ \tilde{b}_v \cdot \left[c_1 + \sum_{h=1}^m \left(c_2 \cdot \sum_{i=1}^m \left\{ \tilde{b}_{v-1} \cdot \left[c_1 + \sum_{r=1}^m \left(c_2 \cdot \sum_{i=1}^m \left\{ \tilde{b}_{v-2} \cdot \left[c_1 + \sum_{r=1}^m \left(c_2 \cdot \tilde{b}_{v-3} \right) \right] \right\} \right] \right\} \right) \right] \right] \right\}. \quad (6)$$

Обобщив (6), получаем

$$\tilde{b}_v(X_j) = \sum_{i=1}^m \sum_{h=1}^{v+1} \left\{ \sum^{(h-1)} \cdots \sum c_1 c_2^{h-1} \prod_{r=0}^{h-1} \tilde{b}_{v-h}(X_i) \right\}.$$

На основе марковской модели можно определить риск реализации циклического РТП, что позволит улучшить качество решений при управлении разветвленно-циклическими технологическими процессами.

Применение марковской модели к процессу тестирования программного обеспечения

Предложенная модель применена к процессу тестирования программного обеспечения (ПО) как разветвленно-циклического технологического процесса. Схема процесса

тестирования изображена в виде графа на рис. 5.

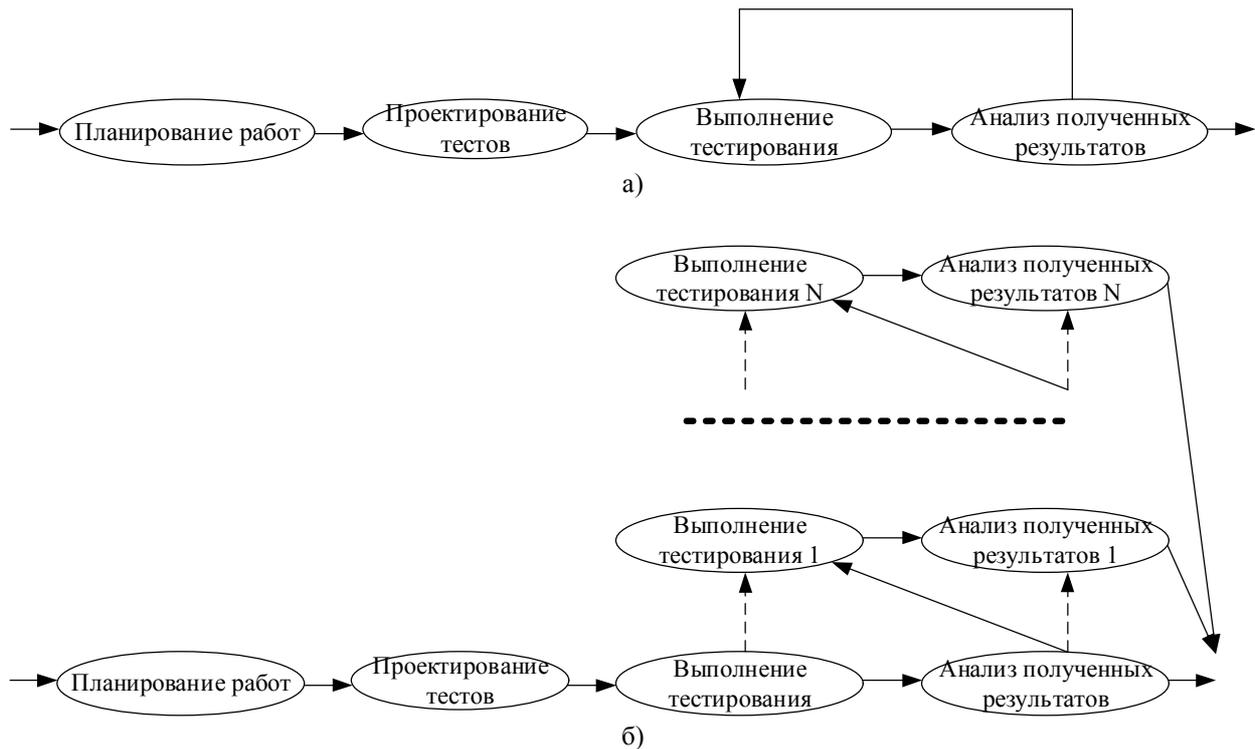


Рис. 5. Процесс тестирования ПО:

- а) циклический граф процесса;
- б) преобразование циклического графа в ациклическую форму

Тестирование – это одна из техник контроля качества, включающая:

- планирование работ (Test Management);
- проектирование тестов (Test Design);
- выполнение тестирования (Test Execution);
- анализ полученных результатов (Test Analysis) [9].

Эти четыре этапа являются операциями процесса тестирования ПО. Каждая операция содержит состояния, которые варьируются в зависимости от входных параметров и параметров выполнения предыдущей операции. В частности «Планирование работ (Test Management)» содержит следующие параметры, которые влияют на состояние операции:

- информацию о структуре ПО или систему в документации («белый ящик»);
- тестовые наборы данных для проверки правильности работы компонентов и системы в целом без знания их структуры («черный ящик»);
- предельные значения, таблицы принятия решений, потоки данных, статистику отказов и др.;
- блок-схемы построения программ и наборы тестов для покрытия системы этими тестами и др.

Подпроцесс «Выполнение тестирования» – «Анализ полученных результатов» выполняется циклически до тех пор, когда выявление дефектов станет минимальным. При этом после первого цикла выполнения подпроцесса на операцию «Выполнение тестирования» будет влиять результат предыдущего цикла, т. е. результат операции «Анализа». При этом входные данные для выполнения следующего цикла будут варьироваться, поскольку они зависят от результатов выполнения процесса на предыдущем цикле.

В зависимости от того, каким образом будет найден дефект, состояние операции

нахождения дефекта будет варьироваться:

- 1) мы узнаем (или уже знаем) ожидаемый результат;
- 2) мы узнаем (или уже знаем) фактический результат;
- 3) мы сравниваем 1 и 2 пункты.

Состояние операции также будет определяться тестовыми данными, которые используют для проверки работы системы и состояются разными способами: генератором тестовых данных, проектной группой на основе документов или существующих файлов, пользователем по спецификации требований и др.

На основе известной схемы связей параметров марковской модели РТП покажем пример расчета вероятности состояния подпроцесса системы на нескольких операциях.

Имеем 2 подпроцессы P_1 и P_2 . Пусть подпроцесс P_1 имеет 1 состояние – S_1 с вероятностью \tilde{b}_{11} ; а подпроцесс P_2 имеет 2 состояния – S_1, S_2 с соответствующими вероятностями \tilde{b}_{21} и \tilde{b}_{22} . Состояние S_1 подпроцесса P_2 переходит в состояние S_2 с вероятностью b_{212} . Состояние S_1 подпроцесса P_1 влияет на переход между состояниями S_1 – S_2 подпроцесса P_2 : влияние со временем τ_{12} , влияние с весом c_{212}^{11} . Составим таблицу значений (табл. 1).

Таблица 1

Параметры марковской модели РЦП тестирования ПО

Цикл	Операция	Состояние	Вероятность состояния	Влияние		Переход с вероятностью
				время	вес	
P_1	Операция 1	S_1	$b_{11} = 0,2$	$\tau_{12} = 2$	$c_{212}^{11} = 0,3$	$b_{212} = 0,7$
P_2	Операция 1	S_1	$b_{21} = 0,4$			
			S_2	$b_{22} = 0,6$		

Итак, рассчитаем вероятность того, что 2-я (P_2) операция системы после выполнения 4 циклов будет находиться во 2-м (S_2) состоянии

$$\tilde{b}_{22}^{(4)} = \tilde{b}_{21}^{(4-1)} \cdot [b_{11} + (c_{212}^{12} \cdot \tilde{b}_{11}^{(4-2)})];$$

$$\tilde{b}_{22}^{(4)} = (0,4)^3 \cdot (0,2 + 0,3 \cdot 0,2^2) = 0,013568.$$

После 3 циклов:

$$\tilde{b}_{22}^{(3)} = (0,4)^2 \cdot (0,2 + 0,3 \cdot 0,2^1) = 0,0416.$$

После 2 циклов:

$$\tilde{b}_{22}^{(2)} = (0,4)^1 \cdot (0,2 + 0,3 \cdot 0,2^0) = 0,2.$$

Покажем зависимость вероятности состояния операции P_2 системы от количества циклов выполнения на рис. 6.

Количество циклов	Вероятность
1	0.2
2	0.2
3	0.0416
4	0.01
5	0.00518144
6	0.002052915
7	0.000819593
8	0.000327711

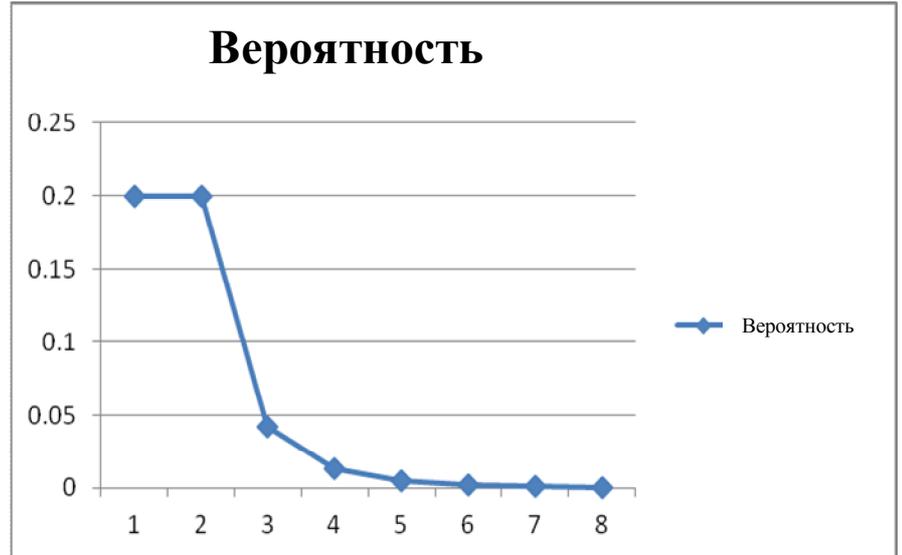


Рис. 6. Зависимость вероятности состояния подпроцесса P_2 от количества операций выполнения

Построим графики для разных параметров марковской модели и проанализируем их природу.

Например, будем варьировать параметр марковской модели влияние с весом c_{212}^{11} (рис. 7).

$$c_{212}^{11}=0,5$$

Количество циклов	Вероятность
1	0.2
2	0.28
3	0.048
4	0.01
5	0.0052224
6	0.002056192
7	0.000819855
8	0.000327732

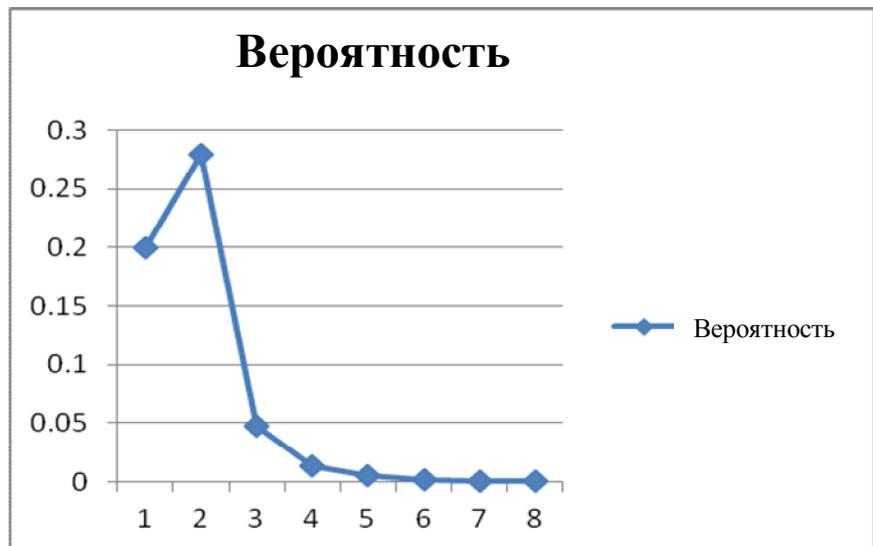
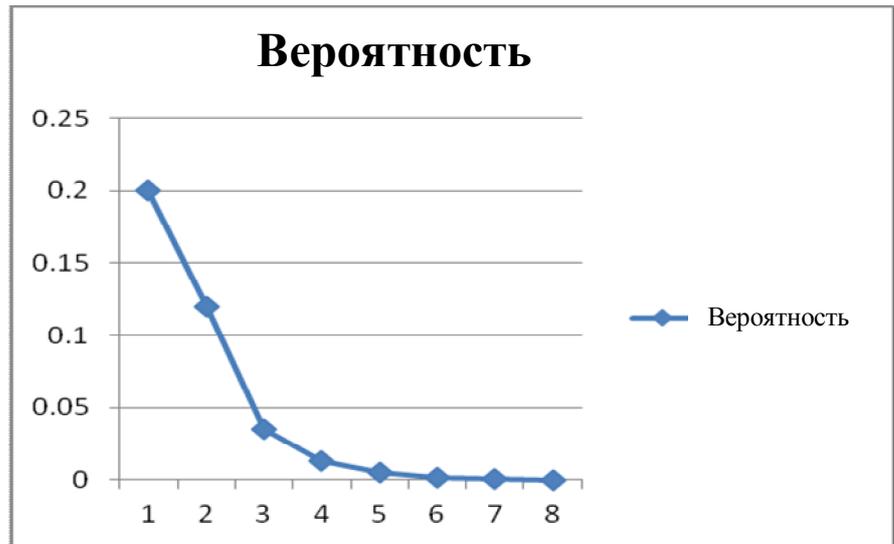


Рис. 7. Зависимость вероятности состояния операции P_2 от количества циклов выполнения при вариации параметра веса влияния

$$c_{212}^{11} = 0,1$$

Количество циклов	Вероятность
1	0.2
2	0.12
3	0.0352
4	0.01
5	0.00514048
6	0.002049638
7	0.000819331
8	0.00032769



$$c_{212}^{11} = 0,9$$

Количество циклов	Вероятность
1	0.2
2	0.44
3	0.0608
4	0.02
5	0.00530432
6	0.002062746
7	0.00082038
8	0.000327774

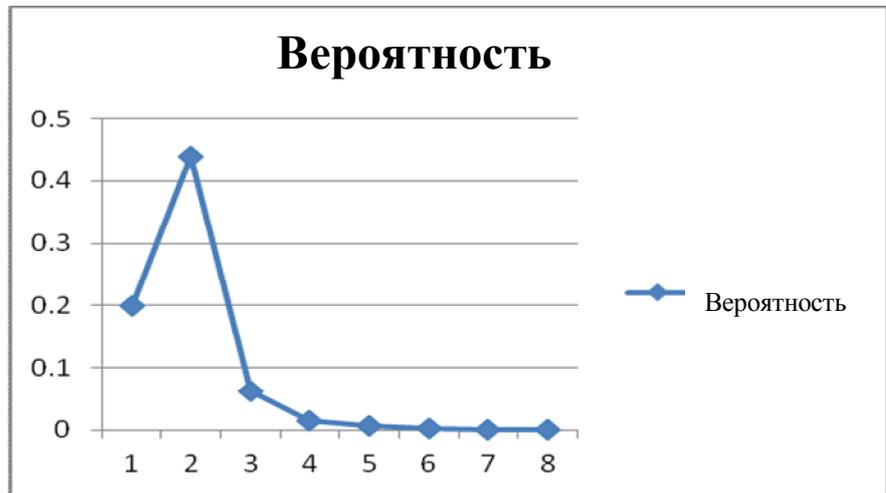


Рис. 7. Зависимость вероятности состояния операции P₂ от количества циклов выполнения при вариации параметра веса влияния (продолжение)

Итак, с ростом количества циклов выполнения подпроцесса влияние на вероятность состояния увеличивается. Это обусловлено взаимным влиянием подпроцессов, что определяет неоднородность марковской цепи.

Для данного случая состояние S₁ является желательным для операции P₂, а состояние S₂ – нежелательным, то есть вероятность нежелательного состояния S₂ уменьшается с ростом числа циклов выполнения подпроцесса.

Выводы

Построена неоднородная марковская модель для циклических РТП. Предложено применение этой модели для анализа влияния цикличности на управление разветвленными технологическими процессами. Полученный ациклический граф вместе с неоднородной марковской моделью позволяют оценить риск вариантов реализации циклических РТП и выбрать реализацию с минимальным риском.

Использование таких моделей в условиях неопределенности является перспективным для

управління широким класом РЦТП.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Дубовой В. М. Оцінювання ризику розгалужено-циклічних технологічних процесів / В. М. Дубовой, І. В. Пилипенко, А. В. Денисов // Вісник ХНУ. – 2011. – № 6. – С. 165 – 168.
2. Горкуненко А. Б. Математичне моделювання економічних циклічних процесів для їх автоматизованого аналізу та прогнозу / А. Б. Горкуненко, С. А. Лупенко, А. М. Луцків // Вісник Хмельницького національного університету. Технічні науки. – 2010. – № 3. – С. 269 – 275.
3. Слуцкий Е. Е. Сложение случайных причин как источник циклических процессов / Е. Е. Слуцкий // Вопр. Конъюнктуры. – 1997. – Т. 3, вып. 1. – С. 34 – 64.
4. Louçã F. Turbulence in Economics: An Evolutionary Appraisal of Cycles and Complexity in Historical Processes / Louçã F. – Cheltenham : Edward Elgar, 1997. – 400 p.
5. Баруча-Рид А. Т. Элементы теории марковских процессов и их приложения / А. Т. Баруча-Рид. – М. : «Наука», 1969. – 512 с.
6. Дубовой В. М. Марковська модель прийняття рішень розгалужено-циклічними технологічними процесами / В. М. Дубовой, І. В. Пилипенко, О. Д. Никитенко // Вісник ВПІ. – 2012. – № 6. – С. 130 – 135.
7. Dubovoy V. M. Uncertain graph as the model of branching technological proctss / V. M. Dubovoy, I. V. Pylypenko, G. Y. Derman / Nauka i studia. – 2013. – № 17 (85). – P. 27 – 33.
8. Дубовой В. М. Моделі прийняття рішень в управлінні розподіленими динамічними системами : монографія / В. М. Дубовой, О. О. Ковалюк. – Вінниця : УНІВЕРСУМ-Вінниця, 2008. – 190 с.
9. Савин Р. Тестирование Дот Ком, или Пособие по жестокому обращению с багами в интернет-стартапах / Р. Савин. – М. : Дело, 2007. – 312 с.

Дубовой Владимир Михайлович – д. т. н., профессор, заведующий кафедрой компьютерных систем управления.

Пилипенко Инна Витальевна – аспирант кафедры компьютерных систем управления.

Стець Роман Сергеевич – студент кафедры компьютерных систем управления.
Винницкий национальный технический университет.