

Д. А. Галушак

ПРОВЕРКА АДЕКВАТНОСТИ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ СИСТЕМЫ «АВТОМОБИЛЬ С ДИЗЕЛЬНЫМ ДВИГАТЕЛЕМ – ДОРОГА – ОКРУЖАЮЩАЯ СРЕДА»

В статье приведены результаты проверки адекватности математической модели системы «Автомобиль с дизельным двигателем – дорога – окружающая среда».

Ключевые слова: математическая модель, проверка адекватности, время движения.

Введение. Постановка проблемы. На сегодняшний день широкое применение получило проведение научных исследований на математических моделях. Это позволяет провести более широкое исследование и сохранить ресурс объекта экспериментальных исследований. Для подтверждения адекватности математических моделей проводят натурные эксперименты на реальных объектах. Адекватность математической модели проверяют путем сопоставления рассчитанных и полученных экспериментальным путем данных. Также эксперименты проводят для получения исходных данных, которые используются для расчетов в математических моделях.

Цель исследования, постановка задач. Целью исследования является проверка адекватности математической модели системы «Автомобиль с дизельным двигателем – дорога – окружающая среда» [1]. В основу математической модели было положено известное уравнение движения автомобиля из теории автомобиля [2]. Уравнения движения автомобиля имеет следующий вид:

$$F_k = F_f + F_w \pm F_j \pm F_a, \quad (1)$$

где F_k – сила тяги на ведущих колесах автомобиля; F_f – сила сопротивления качению колес; F_w – сила сопротивления воздуха; F_j – сила инерции автомобиля; F_a – сила сопротивления подъему.

Для удобства расчетов представим уравнения движения автомобиля в виде суммы моментов сил, действующих на него. Для этого уравнения движения необходимо умножить на радиус колес

$$M_{\text{эк}} = M_f + M_w \pm M_j \pm M_a, \quad (2)$$

где $M_{\text{эк}}$ – эффективный крутящий момент двигателя, приведенный к ведущим колесам автомобиля; M_f – момент силы сопротивления качению колес; M_w – момент силы сопротивления воздуха; M_j – момент силы инерции автомобиля; M_a – момент силы сопротивления подъему.

Моменты сил, действующих на автомобиль рассчитывают по известным уравнениям из теории автомобиля [2], подставив их в формулу 2, получим:

$$M_{\text{э}} \cdot i_n \cdot i_0 \cdot i_p \cdot \eta_{mp} = G_a \cdot (f \cdot \cos \alpha + \sin \alpha) \cdot r_k + F_w \cdot k_w \cdot V^2 \cdot r_k + m_a \cdot \delta_{\text{ep}} \cdot j \cdot r_k, \quad (3)$$

где i_n, i_0, i_p – передаточное число n -ой, главной и раздаточной передачи соответственно; η_{mp} – к. п. д. трансмиссии; G_a – вес автомобиля, Н; f – коэффициент сопротивления качению; α – угол продольного наклона дороги, град; r_k – динамический радиус колеса, м; F_w – лобовая площадь автомобиля, м²; k_w – коэффициент сопротивления воздуха, кг/м³; V –

скорость движения автомобиля, м/с; m_a – масса автомобиля, кг; δ_{ep} – коэффициент учета влияния инерции вращающихся масс автомобиля; j – ускорение автомобиля, м/с².

Необходимый крутящий момент двигателя для преодоления сопротивления движению автомобиля определяют по формуле:

$$M_{\text{з}} = \frac{G_a \cdot (f \cdot \cos \alpha + \sin \alpha) \cdot r_k + F_w \cdot k_w \cdot V^2 \cdot r_k + m_a \cdot \delta_{ep} \cdot j \cdot r_k}{i_n \cdot i_0 \cdot i_p \cdot \eta_{mp}}. \quad (4)$$

При равномерном движении автомобиля, когда $V_a = \text{const}$, необходимый крутящий момент двигателя для преодоления сопротивления движению автомобиля равен:

$$M_{\text{з}} = M_{\text{наг}}. \quad (5)$$

Во время разгона автомобиля с места или после включения очередной передачи сцепление постепенно включается, при этом оно пробуксовывает, а частота вращения коленчатого вала двигателя $n_{кв}$ снижается. При снижении $n_{кв}$ через сцепление передается, кроме крутящего момента M_e , еще и момент инерции, который создается за счет выделения кинетической энергии движущихся масс двигателя, преимущественно маховика. Этот момент равен:

$$M_{\text{си}} = M_{\text{з}} + J_{\text{д}} \cdot \varepsilon, \quad (6)$$

где $J_{\text{д}}$ – момент инерции двигателя, кг·м²; ε – угловое замедление коленчатого вала двигателя, зависящее от скорости включения сцепления.

С помощью математической модели [1] можно исследовать изменение показателей автомобилей в различных условиях эксплуатации.

Для достижения поставленной цели экспериментальных исследований определяли технико-экономические показатели автомобиля при движении по магистральному циклу, а именно: скорость движения автомобиля, время и расход топлива.

Изложение основного материала. Математическая модель системы «Автомобиль с дизельным двигателем – дорога – окружающая среда» [1] была разработана для проведения исследований влияния на технико-экономические и экологические показатели автомобиля при использовании альтернативных топлив в качестве топлива для его двигателя.

Для проверки адекватности математической модели при проведении экспериментального исследования снимали следующие показатели:

- скорость движения автомобиля, м/с;
- время движения автомобиля, с;
- пройденный автомобилем путь, м;
- мгновенный расход топлива, л/100км.

Объектом экспериментальных исследований был выбран легковой автомобиль Volkswagen Passat B6, оборудованный дизельным двигателем 1.9 TDI (PD) с системой впрыска топлива с насос-форсунками.

Характеристика объекта экспериментальных исследований приведена в табл. 1.

При проведении экспериментальных исследований использовали летнее дизельное топливо согласно ДСТУ 4840:2007 [3] и европейского стандарта EN 590:2004 [4].

Исследования проводили по магистральному циклу для автомобилей полной массой до 3,5 т согласно ГОСТ 20306-90 [5], схема которого приведена на рис. 1.

Технические характеристики объекта экспериментальных исследований

Технические характеристики автомобиля Volkswagen Passat B6		
1	Снаряженная масса автомобиля	1422 кг
2	Полная масса автомобиля	2030 кг
3	Ширина автомобиля	1820 мм
4	Высота автомобиля	1472 мм
Двигатель 1,9 TDI PD		
5	Объем двигателя	1896 см ³
6	Количество цилиндров	4
7	Степень сжатия	19
8	Количество клапанов на цилиндр	2
9	Мощность	77 кВт (105 л. с) при 4000 об/мин
10	Крутящий момент	250 Н·м при 1900 об/мин
11	Тип топлива	Дизельное с цетановым числом не менее 49, или биодизельное топливо
Трансмиссия		
12	Механическая коробка передач	Пятиступенчатая 0A4 (GQQ)
Эксплуатационные показатели		
13	Максимальная скорость	188 км/ч
14	Время разгона (0 – 100 км/ч)	12,1 с
15	Расход топлива (городской цикл)	7,2 л/100 км
16	Расход топлива (смешанный цикл)	5,6 л/100 км
17	Расход топлива (загородный цикл)	4,7 л/100 км

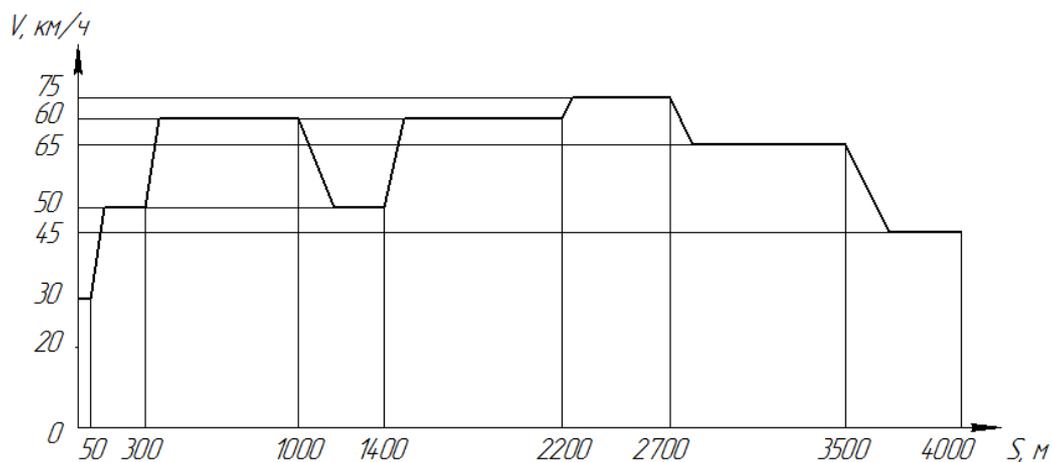


Рис. 1. Схема магистрального цикла на дороге для автомобилей полной массой до 3,5 т согласно ГОСТ 20306-90

При проведении экспериментальных исследований соблюдали все требования к объекту экспериментальных исследований. Согласно ГОСТ 20306-90 масса автомобиля составляла 1726 кг.

Экспериментальные исследования проводили на участке автодороги М-12

протяженностью 4 км между населенными пунктами с. Ксаверовка и с. Лукашевка Винницкой области (рис. 2).

Измерительный дорожный участок был прямолинейным горизонтальным с асфальтобетонным сухим покрытием. Испытательные заезды на дороге проводили в противоположных направлениях движения по два раза в каждом направлении.

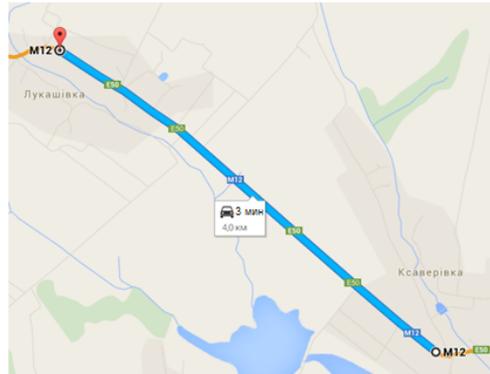


Рис. 2. Измерительный дорожный участок для определения технико-экономических показателей автомобиля Volkswagen Passat B6 при движении по магистральному циклу на дороге согласно ГОСТ 20306-90

Скорость движения автомобиля и пройденный путь определяли с помощью штатных спидометра и одометра соответственно. Мгновенный расход топлива определяли по показаниям бортового компьютера автомобиля. Данные показатели фиксировали с помощью цифрового фотоаппарата CANON Digital IXUS 65, который был установлен перед панелью приборов автомобиля, как показано на рис. 3.



Рис. 3. Установка оборудования на автомобиль Volkswagen Passat B6 для проведения экспериментальных исследований

С отснятого видеоматериала, скриншот которого приведен на рис. 4, данные сводили в таблицы, после чего их анализировали и обобщали.



Рис. 4. Скриншот видео

По результатам экспериментальных исследований были построены графики зависимости скорости автомобиля и расхода топлива от времени при движении по магистральному циклу на дороге, один из них приведен на рис. 5.



Рис. 5. Зависимость скорости автомобиля Volkswagen Passat B6 и расхода топлива от времени при движении по магистральному циклу на дороге

При обработке результатов экспериментальных исследований рассчитывали: среднее арифметическое значение исследуемого параметра и среднюю квадратическую погрешность.

Среднее арифметическое значение исследуемого параметра:

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}, \tag{7}$$

где x_1, x_2, \dots, x_n – результаты отдельных измерений; n – число измерений.

Среднюю квадратическую погрешность рассчитывают по формуле:

$$\sigma_x = \pm \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n - 1}}. \tag{8}$$

Результаты экспериментальных исследований приведены в табл. 2.

Таблица 2

Результаты экспериментальных исследований

№ п/п	Направление движения	Время движения t , с	Расход топлива G , л/маг.цикл
1	Прямое (с. Ксаверовка – с. Лукашевка)	205	0,226
2	Обратное (с. Лукашевка – с. Ксаверовка)	201	0,202
3	Прямое	203	0,217
4	Обратное	200	0,208
	\bar{x}	202,25	0,2132
	σ_x	$\pm 2,21$	$\pm 0,0105$

Из табл. 2 видно, что точность проведения экспериментальных исследований достаточно высокая, что свидетельствует о достоверности полученных результатов.

С помощью математической модели системы «Автомобиль с дизельным двигателем – дорога – окружающая среда» было рассчитано время движения автомобиля Volkswagen Passat B6 по магистральному циклу на дороге. В табл. 3 приведены результаты расчета по каждой отметке пути.

Таблица 3

Результаты расчета времени движения автомобиля Volkswagen Passat B6 по магистральному циклу на дороге

Номер операции	Последовательность операции	Отметка пути, м:	Время t , с	Путь S , м
1	Движение со скоростью 40 км/ч	0-100	9	100
2	Разгон до скорости 70 км/ч и движение с этой скоростью	100-500	21,81	400
3	Замедление двигателем до скорости 60 км/ч, дальше движение с этой скоростью	500-700	11,3	200
4	Движение со скоростью 60 км/ч	700-1300	36	600
5	Разгон до скорости 90 км/ч и движение с этой скоростью	1300-1900	25,43	600
6	Замедление двигателем до скорости 80 км/ч, дальше движение с этой скоростью	1900-2200	13,17	300
7	Разгон до скорости 90 км/ч и движение с этой скоростью	2200-3600	56,24	1400
8	Замедление двигателем до скорости 60 км/ч	3600-3800	9,78	200
9	Движение со скоростью 60 км/ч	3800-4000	12	200
Σ			194,73	4000

Отклонение между расчетными и экспериментальными результатами определяют по формуле:

$$\varepsilon = \frac{t_{рас} - t_{экс}}{t_{рас}} \cdot 100\%, \quad (9)$$

где $t_{рас}$ и $t_{экс}$ – время движения автомобиля Volkswagen Passat B6 по магистральному циклу на дороге, полученное расчетным и экспериментальным путем соответственно.

$$\begin{aligned} \varepsilon_1 &= \frac{205 - 194,73}{205} \cdot 100\% = 5\%; \\ \varepsilon_2 &= \frac{201 - 194,73}{201} \cdot 100\% = 3,1\%; \\ \varepsilon_3 &= \frac{203 - 194,73}{203} \cdot 100\% = 4,07\%; \\ \varepsilon_4 &= \frac{200 - 194,73}{200} \cdot 100\% = 2,6\%. \end{aligned}$$

Следовательно, разница между значениями времени движения автомобиля Volkswagen Passat B6 по магистральному циклу на дороге полученными расчетным и экспериментальным путем составил 2,6 ... 5%.

Выводы. Экспериментальные исследования подтвердили адекватность математической модели системы «Автомобиль с дизельным двигателем – дорога – окружающая среда» и показали достаточное совпадение аналитических и экспериментальных данных.

Таким образом, данная математическая модель может быть применена для исследования

изменения показателей автомобиля при использовании альтернативных видов топлива в качестве топлива для двигателей.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Поляков А. П. Дослідження впливу на показники автомобіля переведення його двигуна на роботу на біодизельному паливі / А. П. Поляков, Д. О. Галуцак // Міжвузівський збірник "Наукові нотатки" Луцьк. – 2014. – № 46. – С. 431 – 438.
2. Умняшкин В. А. Теория автомобиля: учеб. пособие / В. А. Умняшкин, Н. М. Филькин, Р. С. Музафаров. – Ижевск: Изд-во ИжГТУ, 2006. – 272 с.
3. ДСТУ 4840:2007 Паливо дизельне підвищеної якості. Технічні умови. – [Чинний від 2008-01-01]. – К. : Держспоживстандарт України, 2007. – 12 с.
4. EN 590:2004 Automotive fuels - Diesel - Requirements and test methods (Автомобільні палива. Дизельне паливо. Вимоги та методи випробування). – [Is valid since 2004-07-01]. – Brussels : European committee for standardization, 2004. – 11 p.
5. ГОСТ 20306-90 Автотранспортные средства. Топливная экономичность. Методы испытаний. [Действующий с 1992-01-01]. – М. : Государственный комитет СССР по управлению качеством продукции и стандартам, 1990. – 34 с.

Галуцак Дмитрий Александрович – аспирант кафедры автомобилей и транспортного менеджмента, e-mail: galuschak_d@meta.ua.

Винницкий национальный технический университет.