

**В. И. Ключко, д. пед. н., проф.; А. А. Коломиец, к. пед. н.;
К. И. Коцюбивская, к. т. н.**

ПРИМЕНЕНИЕ РЕШЕНИЙ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ ПРИ МОДЕЛИРОВАНИИ ПРОЦЕССА МЕТАЛЛООБРАБОТКИ КАК СРЕДСТВО ФУНДАМЕНТАЛЬНОЙ ПОДГОТОВКИ БУДУЩИХ ИНЖЕНЕРОВ

В статье проиллюстрировано использование метода математического моделирования на примере применения решений дифференциальных уравнений с целью показать один из подходов использования метода проектов в процессе фундаментальной подготовки будущих инженеров.

Ключевые слова: моделирование на основе дифференциальных уравнений, механическая обработка, деформирование деталей.

Введение

Постановка проблемы. В современном производстве все шире внедряют представление данных в виде графических зависимостей как наиболее экономных, наглядных и смысловых. Графические средства представления данных применяют в разных отраслях визуальной коммуникации для того, чтобы побуждать процессы мышления, основывающиеся на моделях, а рисунки, чертежи, графика является тем средством, с помощью которого мысли передаются в виде графических высказываний. Важным подходом к изучению приближенных решений дифференциальных уравнений является их визуализация, то есть насыщенность учебного материала иллюстрациями, построение доказательств математических положений с опорой на интуицию и наглядность. Геометрический подход в современном математическом моделировании рассматривается не только как средство развязывания задач, но и как метод их описания.

Наиболее удачно геометрический подход к решению задачи, основанной на комплексном использовании методов вычислительной математики СКМ, раскрыт в работах В. И. Ключко.

Несмотря на большое количество современных систем CAD, которые позволяют моделировать и описывать почти все процессы механической обработки деталей, перед современным инженером нередко стоит задача описания математической модели процесса. Описать процесс поверхностного пластического деформирования можно с помощью дифференциальных уравнений. Использование системы Mathcad позволит не только решать дифференциальные уравнения, но и визуализировать полученные результаты на примере фазовых портретов, кривых течения, поверхностей предельных деформаций и т. п.

Анализ последних исследований и публикаций. Сущность исследовательского подхода с использованием ИКТ, в частности во время изучения математики освещали М. И. Жалдак, Ю. В. Горошко, С. А. Раков и другие. Они исследовали разные аспекты поисково-исследовательской деятельности студентов, однако организации этого вида деятельности с акцентом на овладение фундаментальными знаниями достаточного внимания не уделялось. В работе Закутного О. С. [5] указано, что при значительных изменениях параметров процессов металлообработки функционирования некоторых систем сопровождается ухудшением статистической точности обработки результатов, поэтому необходимо применять новые методы обработки результатов исследований.

Цель статьи – показать один из подходов использования математического моделирования в процессе фундаментальной подготовки будущих инженеров тематического моделирования на примере металлообработки.

Целью исследовательского метода является углубления инженерных знаний и умений студентов. Построение учебно-воспитательного процесса при условии развития творческих способностей предусматривает его организацию таким образом, чтобы студент выступал в роли исследователя. Одним из возможных путей реализации исследовательского метода является метод проектов.

Метод проектов можно рассматривать как совокупность приемов, операций, направленных на достижение дидактичной цели через детальную обработку проблемы, которая должна завершиться реальным практическим результатом, оформленным тем или иным способом. Метод проектов всегда предусматривает решение определенной проблемы, которая с одной стороны требует использования совокупности разнообразных методов и средств учебы, а с другой стороны – интегрирования знаний и умений из разных сфер науки, техники, технологии. Рассмотрим конкретный пример метода проектов [4].

Целью проведения проекта является практическое усвоение студентами научно-теоретических положений дисциплины, овладение методами обработки экспериментальных данных и построения математических моделей, то есть превращение полученных знаний в средства для решения учебно-исследовательских и реальных экспериментальных и практических задач, близких к производственным.

С математическими моделями, которые описывают реальные производственные процессы, можно знакомить студентов во всех разделах курса высшей математики. Наибольший интерес вызывают задачи, решение которых содержит качественную характеристику явления, которое рассматривается. Решение любой прикладной задачи математическими методами вообще является математическим моделированием. Поскольку, записывая условие с помощью математических выражений, мы строим математическую модель реального физического процесса. При составлении и решении уравнений возникает необходимость делать некоторые предположения относительно параметров, поэтому любая модель имеет некоторую степень приближения и погрешности в расчетах.

Название проекта: моделирование процесса металлообработки с применением решений дифференциальных уравнений.

Краткое описание проекта. Во время выполнения задания проекта студенты должны ознакомиться с математическими моделями, соответствующими элементам схемы и ее возможным упрощением, а также с математическими моделями, соответствующими упрощенным схемам данного процесса.

Полное описание проекта. Одним из наиболее эффективных путей повышения безотказности и долговечности деталей является применение методов объемной поверхностной обработки. Объемное упрочнение повышает статическую прочность деталей, в которых рабочие напряжения распределены по сечению относительно равномерно. Для деталей, разрушение которых начинается на поверхности, разработано большое количество методов поверхностного упрочнения. Наиболее распространенными в машиностроении являются методы упрочнения поверхностным пластическим деформированием (ППД).

При исследовании технологии, упрочняющей обработку методами ППД, важное место занимают две задачи: раскрытие закономерностей механики ППД упруго пластичного тела и разработка принципов управления технологическими процессами обработки деталей методами ППД.

Решение данных задач позволит усовершенствовать процессы, создать автоматизированные системы проектирования технологических операций, упрочняющей обработки деталей машин методами ППД.

Металлы при деформировании проявляют упругие и пластичные свойства. Для моделирования подобных сложных систем удобно использовать структурные элементы [6, 7], описывающие тот или иной физический механизм деформирования. Упругий механизм деформирования можно моделировать с помощью структурного элемента в виде линейной

или нелинейной пружины, сопротивление перемещения которого зависит от жесткости пружины C . Пластичный элемент может быть смоделирован с помощью структурного элемента сухого трения, сопротивление перемещения которого зависит от коэффициента сухого трения.

Рассматривая разные комбинации сочетания структурных элементов, можно строить структурные модели тела с разными деформационными свойствами. После построения структурной модели тела можно получить соотношения, которые устанавливают функциональную зависимость между напряженным и деформированным состоянием всего агрегата, что и является одной из самых сложных задач в механике твердого деформированного тела.

Для того чтобы обнаружить зависимость деформации во время контакта инструмента с поверхностью заготовки, которая обрабатывается, и зависимость x от предыдущего натяжения пружины, рассматривают задачу динамического моделирования процесса поверхностного пластического деформирования детали с закрепленным гидравлическим демпфером в центре при механической обработке (рис. 1).

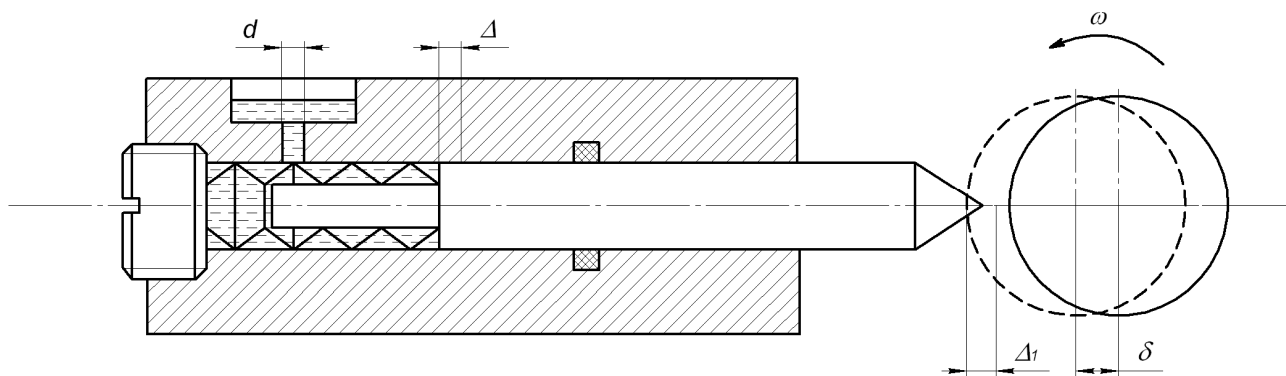


Рис. 1. Схема динамического моделирования процесса поверхностного пластического деформирования с гидравлическим демпфером

Дифференциальное уравнение, описывающее процесс поверхностного пластического деформирования детали, закрепленной в центрах с биением b , имеет вид

$$mx'' = -Cx' - k(\Delta + x + \delta \sin(\omega t)) + Es(\Delta_1 - x - \delta \sin(\omega t)) \cdot \text{sgn}(\Delta_1 - x - \delta \sin(\omega t)),$$

где m – приведенная масса инструмента, кг; b – биение детали, мм; C – коэффициент демпфирования, Н/(мм/с); k – жесткость пружины, Н/мм; Δ – предыдущее натяжение пружины, мм; δ – битие детали, мм; ω – угловая скорость детали, рад/с; E – жесткость материала детали на единицу площади деформирования, Н/мм²; S – площадь области контакта деталь-инструмент, мм²; Δ_1 – начальное статическое натяжение инструмента в деталь, мм; $\text{sgn}()$ – единичная функция, которая описывает силовое влияние поверхности детали на инструмент в случае контакта и его отсутствия при отрыве инструмента от детали.

В вышеприведенном уравнении функция $\text{Sgn}x$ описывает силовое действие поверхности детали на инструмент в случае наличия контакта и его отсутствия. Наличие СКМ Mathcad позволяет студентам провести анализ этих режимов и сравнить результаты. Задание заключается в том, чтобы выбрать такой шаг интегрирования, чтобы был наиболее информативный результат; исследовать динамику изменения натяжения для $\omega=10$ рад/с, 100 рад/с. Сделать вывод о невозможности работы на некоторых частотах, найти оптимальную частоту (рис. 2), провести исследование при замене Cx' на $C(x')^2$ при использовании гидравлических демпферных устройств; исследовать случай, когда деталь

обрабатывают тороидальным или сферическим инструментом с небольшим радиусом ($r \leq 3 \text{ мм}$), принять

$$S = k_1 \cdot (1 + B_1 - x - b \cdot \sin(\omega t))^3, \text{ где } k_1 = 1, k = 1000, \omega = 100 \text{ рад/с}, b = 0,01 \text{ мм},$$

$$C = 200 \text{ Н(мм/с)}, B_1 = 0,01 \text{ мм}, ES = 100 \text{ кН/мм}, B = 1 \text{ мм}.$$

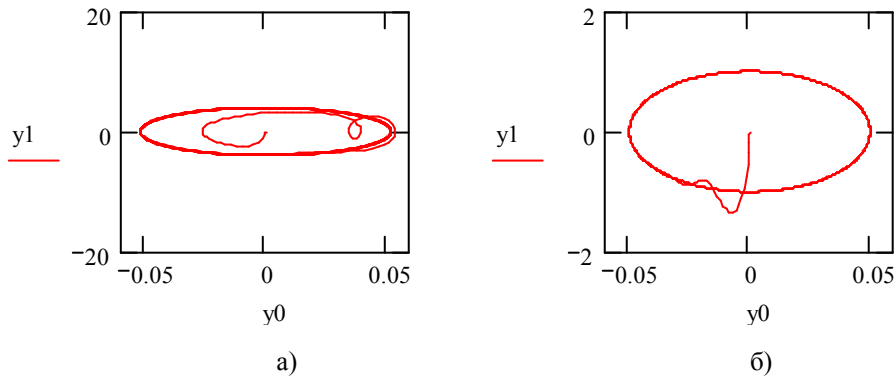


Рис. 2. Фазовые портреты задачи 1 – 2
Фазовый портрет при критической частоте $\omega = 76.03 \text{ рад/с}$ (а) и при $\omega = 20 \text{ рад/с}$ (б)

Анализ фазовых траекторий показывает, что динамическая система имеет стойкое положение равновесия. Это – предельный цикл. Начальные условия находятся в середине цикла и фазовая траектория является спиралью, которая разворачивается к циклу. Предельный цикл характеризует наличие в системе стойких периодических колебаний. На рисунках $x(t)$ (y_0) – изменение положения детали, $x'(t)$ (y_1) – прямолинейная скорость движения детали.

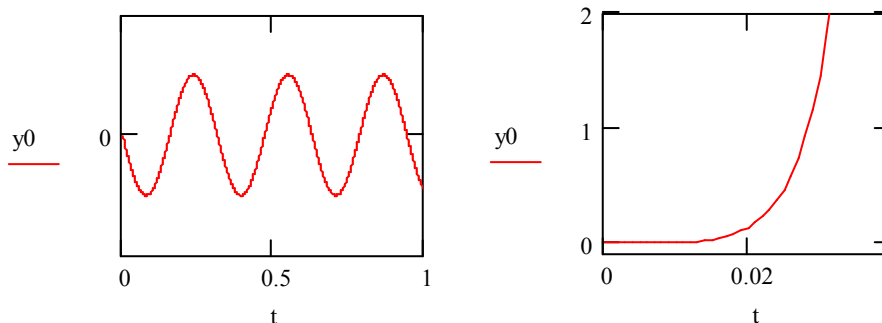


Рис. 3. Деформирование детали
а) $\omega = 20 \text{ рад/с}$, б) $76.03 \text{ рад/с} < \omega < 100 \text{ рад/с}$

Предложенная математическая модель позволяет получать необходимое качество поверхности за счет обоснованного выбора параметров технологической системы.

Участники проекта: студенты академической группы машиностроительной специальности.

Срок реализации: две недели после получения студентами задания.

Цели проекта: продолжение формирования у студентов навыков применения СКМ; навыков составления и решения дифференциальных уравнений; навыков анализа решений дифференциальных уравнений; навыков выделять существенные признаки; навыков использования Internet для поиска нужных сведений.

Реализация проекта предусматривает:

1. Мотивацию самостоятельной учебно-познавательной деятельности студентов и представления проекта.

2. Формирование групп по 3 – 4 человека, в каждой из которых определяют эксперта для помощи другим студентам.

3. Формулировка задания для групп: выбрать модельное уравнение, найти решения, построить графику решений и оценить погрешности в точках, далеких от Ox , решить уравнение численными методами, для сравнения результатов воспользоваться методом изоклин, провести вычислительные эксперименты, подготовиться к контролю.

Анализируя кривые натяжения при разных значениях w , студенты делают вывод о динамике процесса. Анализ изменения положения детали на рис. 3 в случае угловой скорости из интервала $76.03 \text{ рад/с} < \omega < 100 \text{ рад/с}$ свидетельствует о невозможности работы на таких частотах вращения детали, поскольку контакт инструмента и детали не постоянный, а периодически повторяется.

Предельный цикл характеризует наличие в системе стойких периодических колебаний. На рис. 3 (а и б) $x(t)$ (y_0) – изменение положения детали, $x'(t)$ (y_1) – прямолинейная скорость движения детали.

Следовательно, изменяя параметры дифференциального уравнения, можно изменить сдвиг этих кривых и таким образом непосредственно влиять на смену формы детали.

Анализ экспериментальных данных и результатов вычислительных экспериментов с данным дифференциальным уравнением позволяет создать компьютерную модель адекватную реальной. Сравним традиционную и информационную технологии проведения метода проектов из темы “Приближенные методы решения дифференциальных уравнений первого и второго порядков”.

По традиционной технологии метод проектов может происходить в таком порядке: сначала студенты самостоятельно готовятся к проведению проекта, изучают необходимый теоретический материал. Преподаватель дает задание, формулирует цели. Потом студенты выполняют работу и проводят защиту результатов. Студенты с помощью вычислительных средств решают уравнение указанным методом. Действия преподавателя заключаются в контроле хода выполнения работы, консультации и оценке результатов, формировании умений и навыков самостоятельного анализа полученных данных.

Технологию выполнения метода проектов с использованием технических и программных средств ИТО можно описать таким образом. Студенты самостоятельно готовятся к выполнению работы, воспринимают задачу, изучают теоретический материал, выполняют предварительные вычисления, получают точное решение уравнения. Преподаватель делает постановку задания, формулирует цели задания и их мотивацию. Функции компьютера заключаются в генерировании индивидуального задания, проверке знаний студентов, необходимых для проведения исследования.

На втором этапе осуществляется машинный контроль выполнения упражнений первого этапа. Студенты вводят результаты расчетов, проведенных на первом этапе, получают приближенные решения уравнения, оценивают погрешность. Преподаватель контролирует ход выполнения работы, консультирует студентов. Компьютер на запрос студента подает решения уравнения заданным методом и другими методами, печатает результаты вычислений.

Потом проводят исследование полученных приближенных решений, сравнение с точным решением. Преподаватель формирует умение и навыки студентов к самостоятельному анализу результатов, развивает навыки творческого мышления. Компьютер генерирует вопрос проблемного характера, печатает график изменения погрешности. Студент в режиме диалога вводит ответы на вопрос, с целью проведения исследований изменяет значение параметров задания, анализирует результаты вычислений, делает выводы.

Выводы

При выполнении метода проектов по новой технологии возрастает количество элементов

знаний, которыми овладають студенти. Студент приоб­ретаєт на­выки сравнения экспериментально полученных зависимостей с известными принятыми математическими моделями для данного процесса. Особенностью использования СКМ Mathcad является то, что студент имеет возможность получить результаты применения разных методов, сопоставить их, оценить погрешности, даєт возможность студенту ответить на проблемный вопрос.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Клочко В. І. Формування знань майбутніх інженерів з інформаційних технологій розв’язування диференціальних рівнянь : монографія / В. І. Клочко, З. В. Бондаренко. – Вінниця : ВНТУ, 2010. – 216 с.
2. Клочко В. І. Застосування нових інформаційних технологій навчання при вивченні курсу вищої математики у технічному вузі : Навчально-методичний посібник / Клочко В. І. – В.: ВДТУ, 1997. – 64 с.
3. Буйницька О. П. Інформаційні технології та технічні засоби навчання [Електронний ресурс]-. Режим доступу: http://pidruchniki.ws/11570718/informatika/metod_proektiv_tehnologiya_navchannya.
4. Бухтиярова И. Н. Метод проектов и индивидуальные программы в продуктивном обучении / И. Н. Бухтиярова // Школьные технологии. – 2001. – № 2. – С. 108 – 113.
5. Закутний А. С. Анализ систем автоматического управления металлообработкой / А. С. Закутний, В. С. Коцюбинский, Р. А. Романец // Праці науково-технічної конф. “Електромеханіка. Теорія і практика”. - Львів-Славськ: ДУ “Львівська політехніка”. - 1996. - С. 82 – 83.

Клочко Виталий Иванович – д. пед. н., профессор кафедры высшей математики.

Коломиец Алёна Анатолієвна – к. пед. н., доцент кафедры высшей математики.

Коцюбивская Екатерина Ивановна – к. т. н., доцент кафедры высшей математики, Винницкий национальный технический университет.