

А. Л. Шпак

## АНАЛИЗ ВЛИЯНИЯ СИЛОВОГО ТРАНСФОРМАТОРА НА УСТАНОВИВШИЙСЯ РЕЖИМ ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ СЕТИ НА ОСНОВЕ УРАВНЕНИЙ СОСТОЯНИЯ В ФОРМЕ КОШИ

*В статье выполнен анализ чувствительности изменения исходных характеристик силового трансформатора к изменению его параметров. Расчет чувствительности выполнен с использованием дифференциальных уравнений в форме Коши. На основе анализа предложена пространственная магнитная система, позволяющая уменьшить индуктивности рассеивания в трансформаторе, что приводит к снижению как потерь холостого хода, так и нагрузочных потерь во время использования их в электрических сетях.*

**Ключевые слова:** электрическая сеть, силовые трансформаторы, параметрическая чувствительность, пространственная магнитная система, потери активной мощности.

### Введение

Силовые трансформаторы являются одними из наиболее важных и сложных элементов электроэнергетической системы (ЭЭС). Они непосредственно задействованы в процессах производства, транспортирования, распределения и потребления электрической энергии. В Объединенной электроэнергетической системе (ОЭС) Украины установленная мощность трансформаторов в несколько раз больше установленной мощности генераторов на электростанциях. Очевидно, что трансформаторы существенно влияют на качество функционирования электрических сетей (ЭС) энергосистем. В частности, они во многом не только влияют, но и определяют надежность и экономичность их режимов. Коэффициент полезного действия современного трансформатора близок к единице ( $\eta \geq 99\%$ ). Однако за счет значительного количества трансформаций на пути от генерирования к потреблению электрической энергии, которая достигает 4 – 5 трансформаций, имеют место технологические потери электроэнергии, относящиеся к условно-постоянным.

**Целью этой статьи** является построение алгоритма оценивания параметрической чувствительности на основе дифференциальных уравнений состояния в форме Коши, что позволит синтезировать новые конструктивные решения во время разработки силовых трансформаторов.

### Дифференциальные уравнения состояния силового трансформатора в форме Коши

В работах [1, 2] показана возможность формирования дифференциальных уравнений электромагнитных процессов, происходящих в силовом трансформаторе, на основе анализа токов. Применение такого подхода позволило перейти к дифференциальным уравнениям в форме Коши:

$$\frac{d\mathbf{X}}{dt} = \mathbf{B} \cdot \mathbf{Z}(t), \quad (1)$$

где  $\mathbf{B} = \begin{pmatrix} g_1 & g_2 \\ & a_{21} & a_{22} \\ & & \mathbf{C}^{-1} \end{pmatrix}$  – матрица коэффициентов, характеризующих параметры

трансформатора и характер нагрузки;  $\mathbf{X} = [\psi, i_2, u_c]^T$  – вектор переменных состояния;

$\mathbf{Z}(t) = [\mathbf{U} - \mathbf{R}\mathbf{I}, i_2]^T$ ;  $\psi = [\Psi_1, \Psi_2]^T$  – вектор полных потокосцеплений обмоток;  $\mathbf{I} = [i_1, i_2]^T$  –

вектор токов обмоток;  $\mathbf{U} = [u_1, -u_c]^T$  – вектор напряжений;  $\mathbf{R} = \text{diag}[r_1, r_2 + R_H]$  – диагональная матрица сопротивлений.

Распишем систему уравнений (1) через параметры силового трансформатора:

$$\begin{aligned} \frac{d\psi}{dt} &= \frac{1/L_{\sigma 1}}{1/L_{\sigma 1} + (1/L_{\sigma 2})/(1 + (1/L_{\sigma 2})L) + \alpha_2''} \cdot (u_1 - r_1 \cdot i_1) + \\ &+ \frac{(1/L_{\sigma 2})/(1 + (1/L_{\sigma 2})L)}{1/L_{\sigma 1} + (1/L_{\sigma 2})/(1 + (1/L_{\sigma 2})L) + \alpha_2''} \cdot (-u_c - (r_2 + R_H) \cdot i_2); \\ \frac{di_2}{dt} &= -\frac{(1/L_{\sigma 2})/(1 + (1/L_{\sigma 2})L)}{1/L_{\sigma 1} + (1/L_{\sigma 2})/(1 + (1/L_{\sigma 2})L) + \alpha_2''} \frac{1/L_{\sigma 1}}{1/L_{\sigma 1} + (1/L_{\sigma 2})/(1 + (1/L_{\sigma 2})L) + \alpha_2''} (u_1 - r_1 \cdot i_1) + \\ &+ \frac{(1/L_{\sigma 2})/(1 + (1/L_{\sigma 2})L)}{1/L_{\sigma 1} + (1/L_{\sigma 2})/(1 + (1/L_{\sigma 2})L) + \alpha_2''} (-u_c - (r_2 + R_H) \cdot i_2); \\ \frac{du_c}{dt} &= \frac{1}{C} \cdot i_2; \end{aligned} \quad (2)$$

где  $L_{\sigma 1}, L_{\sigma 2}$  – индуктивности рассеивания;  $\alpha'' = \frac{d\phi(\psi)}{d\psi} = \alpha''(\psi)$  – обратная дифференциальная индуктивность трансформатора, определяемая по кривой намагничивания  $\phi(\psi) = i_1 + i_2$ .

Приведение системы уравнений состояния силового трансформатора к форме Коши позволяет использовать для их решения метод Ньютона и избежать обращения матрицы коэффициентов. Такой подход позволяет упростить процедуру определения параметрической чувствительности.

### Оценивание параметрической чувствительности на основе дифференциальных уравнений в форме Коши

Теория чувствительности охватывает совокупность методов определения степени влияния параметров объекта на его исходные характеристики и использование этих данных для анализа объекта. Чаще всего расчет параметрической чувствительности осуществляют вариационными методами, что является весьма сложным.

Дело в том, что степень влияния конкретного параметра объекта на конкретную исходную его характеристику может быть разной. При оптимизации параметров объекта с точки зрения устойчивых режимов, переходных процессов и меры влияния на смену исходных характеристик необходимо выбрать параметр, изменение которого наиболее влияет на улучшение этих характеристик. Кроме того, изменение одного параметра может послужить причиной изменения нескольких исходных характеристик. При этом улучшение одной из исходных характеристик может сопровождаться ухудшением других. Поэтому оптимизация сложных систем, к которым относят и силовые трансформаторы, должна базироваться на четкой информации о том, как количественно связаны исходные характеристики с параметрами объекта. Таковую информацию несет в себе матрица чувствительности.

Покажем решение задачи параметрической чувствительности путем анализа дифференциальных уравнений (1). При этом алгоритм анализа параметрической чувствительности реализуем на основе ньютоновских итераций.

Запишем вектор постоянных параметров подобно к вектору переменных уравнения

$$\frac{d\mathbf{X}}{dt} = f_1(\mathbf{X}, t), \quad (3)$$

где использованы обозначения  $\mathbf{X} = (x_1, x_2, \dots, x_n)_t$ ,  $f_1 = (f_{11}, f_{12}, \dots, f_{1n})_t$ . Здесь  $x_i$  –

переменные состояния ( $i = 1, 2, \dots, n$ );  $t$  – время.

Вектор постоянных параметров:

$$\Lambda = (\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n)_t. \quad (4)$$

Тогда по аналогии с матрицей чувствительности к начальным условиям  $\Sigma(T) = \frac{\partial \mathbf{X}(\mathbf{X}(0), T)}{\partial \mathbf{X}(0)}$  матрицу параметрической чувствительности определяют как частную производную

$$\Xi = \frac{\partial \mathbf{X}}{\partial \Lambda}, \quad (5)$$

где  $\mathbf{X}$  – вектор переменных уравнения (3).

Элементом матрицы  $\Xi$  может быть любой постоянный параметр исследуемого объекта.

Аргумент  $\mathbf{X}$  находим из уравнения (3), которое с учетом зависимости  $\mathbf{X} = \mathbf{X}(\Lambda)$  запишем в виде

$$\frac{d\mathbf{X}}{dt} = f_1(\mathbf{X}, \Lambda, t), \quad (6)$$

где  $f_1$  –  $T$ -периодическая функция  $t$ .

Продифференцируем (6) по  $\Lambda$ , учитывая при этом (5). Получим линейное параметрическое уравнение

$$\frac{d\Xi}{dt} = \frac{\partial f_1(\mathbf{X}, \Lambda, t)}{\partial \mathbf{X}} \cdot \Xi + \frac{\partial f_1(\mathbf{X}, \Lambda, t)}{\partial \Lambda}. \quad (7)$$

Уравнение (7) также имеет  $\Xi(t)$  периодическое решение.

Продифференцировать правую часть уравнения (6) с целью получения производных, находящихся в правой части (7), практически невозможно из-за сложной зависимости функций  $f_1$  от переменных. Для упрощения задачи вводим матрицу вспомогательных параметрических чувствительностей  $\chi$  по отношению к некоторому другому вектору  $\mathbf{Y}$ -аргумента

$$\chi = \frac{\partial \mathbf{Y}}{\partial \Lambda}. \quad (8)$$

Вспомогательное уравнение  $\frac{d\mathbf{Y}}{dt} = f_2(\mathbf{X}(\mathbf{Y}), t)$  относительно вектора  $\mathbf{Y}$  также будет параметрическое, то есть зависимое от вектора параметров  $\Lambda$ , то есть

$$\frac{\partial \mathbf{Y}}{\partial t} = f_2(\mathbf{X}(\mathbf{Y}), \Lambda, t), \quad (9)$$

где  $f_2$  –  $T$ -периодическая функция по  $t$ .

Дифференцируя (9) по  $\Lambda$  и учитывая (8), получим

$$\frac{d\chi}{dt} = \frac{\partial f_2(\mathbf{X}(\mathbf{Y}), \Lambda, t)}{\partial \mathbf{X}} \cdot \mathbf{A} \cdot \chi + \frac{\partial f_2(\mathbf{X}(\mathbf{Y}), \Lambda, t)}{\partial \Lambda}. \quad (10)$$

Если учесть, что в модели параметрической чувствительности вектору начальных условий соответствует вектор параметров, то есть  $\Lambda = \mathbf{X}(0)$ , то уравнение (10) вырождается в однородное уравнение

$$\frac{d\chi}{dt} = \frac{\partial f_2(\mathbf{X}(\mathbf{Y}), \Lambda, t)}{\partial \mathbf{X}} \cdot \mathbf{A} \cdot \chi. \quad (11)$$

При условии, что  $\Lambda = \mathbf{X}(0)$ , производные (8) и  $\mathbf{S}(\mathbf{X}(0), t) = \frac{\partial \mathbf{Y}}{\partial \mathbf{X}(0)}$  – матрица

вспомогательной модели чувствительности – будут равны. В таком случае уравнение (10) приобретает вид

$$\frac{d\mathbf{S}}{dt} = \frac{\partial f_2(\mathbf{X}(\mathbf{Y}), t)}{\partial \mathbf{X}} \cdot \mathbf{A} \cdot \mathbf{S}. \quad (12)$$

Периодическое решение уравнения модели параметрической чувствительности (11) находят также методом ускоренного поиска. При этом численной реализации подлежат выражения (6), (12), в результате чего найдем периодическое решение уравнений состояния исследуемого объекта, а затем – матрицу параметрических чувствительностей (5).

Итак, при нахождении периодических решений нелинейных дифференциальных уравнений можно также определить чувствительность этих решений к изменению постоянных параметров уравнений или параметрическую чувствительность.

### Результаты анализа

Выполним анализ чувствительности исходных характеристик трансформатора в режиме холостого хода к изменению его параметров. Для случая анализа режима холостого хода соответствующие матрицы показателей будут иметь вид:  $\mathbf{X} = [\psi]$ ,  $\mathbf{A} = (L_{\sigma 1}, L_{\sigma 2}, r_1, \alpha_2)_{\mathbf{t}}$ .

Система дифференциальных уравнений (2) перепишем:

$$\frac{d\Psi}{dt} = \frac{1/L_{\sigma 1}}{1/L_{\sigma 1} + 1/L_{\sigma 2} + \alpha_2''} \cdot (u_1 - r_1 \cdot i_1). \quad (13)$$

Проведем анализ чувствительности изменения рабочего потокосцепления к изменению индуктивности рассеивания  $L_{\sigma}$ . Поскольку индуктивность рассеивания зависит от конструкций обмотки и магнитной части силового трансформатора, то в результате анализа можно дать характеристику и его массо-габаритным параметрам.

После проведения расчета согласно алгоритму, приведенному выше, необходимо перейти к геометрическим параметрам. Для этого воспользуемся зависимостями, полученными в [3]:

$$L_{\sigma} = (\mu_0 w^2 \beta s_{\sigma}) / h_{\text{кам}} = k_{L\sigma} \beta w^2 s^{1/2}, \quad (14)$$

где  $k_{L\sigma} = (\mu_0 s_{\sigma}) / h_{\text{кам}}$ ;  $w$  – количество витков;  $\beta$  – коэффициент использования ширины окна сердечника;  $s_{\sigma}$  – эффективная площадь рассеивания катушки;  $s$  – площадь сечения магнитопровода;  $h_{\text{кам}}$  – высота катушки;  $\mu_0$  – магнитная проницаемость.

С учетом преобразований [3] индуктивность рассеивания определяем для синусоидального напряжения по выражению

$$L_{\sigma} = k_{L\sigma} \beta \left( \frac{U_{cp}}{4,44 f B_{mc} k_c} \right) \frac{I}{s^{3/2}}, \quad (15)$$

где  $B_{mc}$  – максимальное значение индукции в материале сердечника;  $U, I$  – действующие значения напряжения и тока.

Площадь сечения магнитопровода в этом случае определяем по выражению

$$s = \left( \frac{S}{4,44 f k_{lw} \sqrt{\beta} B_{mc} k_c} \right)^{4/7}, \quad (16)$$

где  $k_{lw}$  – коэффициент, учитывающий параметры катушки в зависимости от формы окна;  $k_c$  – коэффициент объема стали (объем стали  $V_c = s l_c k_c$ );  $S$  – полная мощность трансформатора.

Проведя анализ на чувствительность, получили данные, позволяющие определить

зависимость площади поперечного сечения магнитопровода и потерь активной мощности на холостом ходу от индуктивности рассеивания (см. рис. 1).

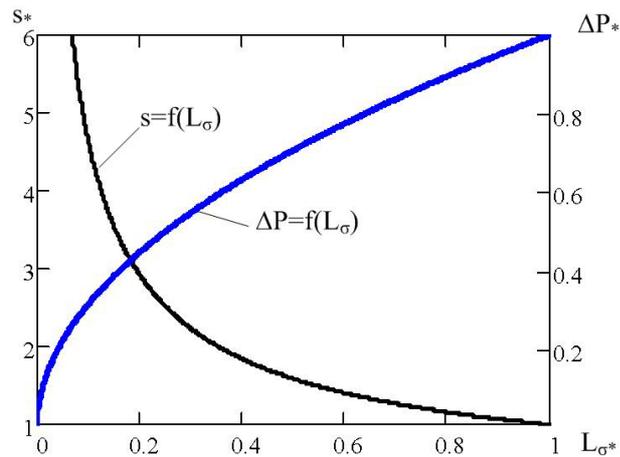


Рис. 1. График изменения площади поперечного сечения магнитопровода  $S_*$  и потерь холостого хода  $\Delta P_*$  от индуктивности рассеяния  $L_{\sigma^*}$  (в относительных единицах)

Очевидным является необходимость увеличения площади поперечного сечения магнитопровода. В результате практических опытов была предложена пространственная магнитная система, показанная на рис. 2.

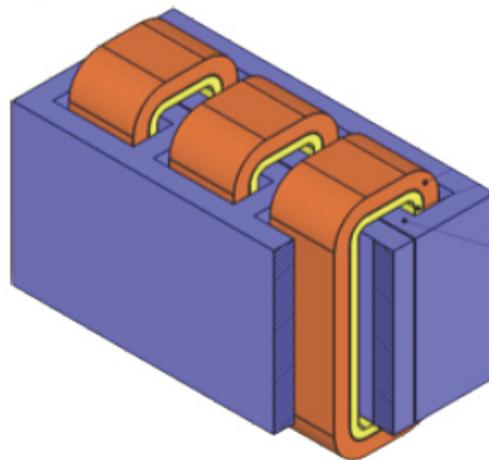


Рис. 2. Вид пространственной магнитной системы

На такую конструкцию силового трансформатора получен патент на изобретение [4].

Уменьшение потерь активной мощности за счет уменьшения потоков рассеивания в трансформаторах с пространственной магнитной системой доказывают и выполненные расчеты режимов существующих электрических сетей 110/35/10 кВ.

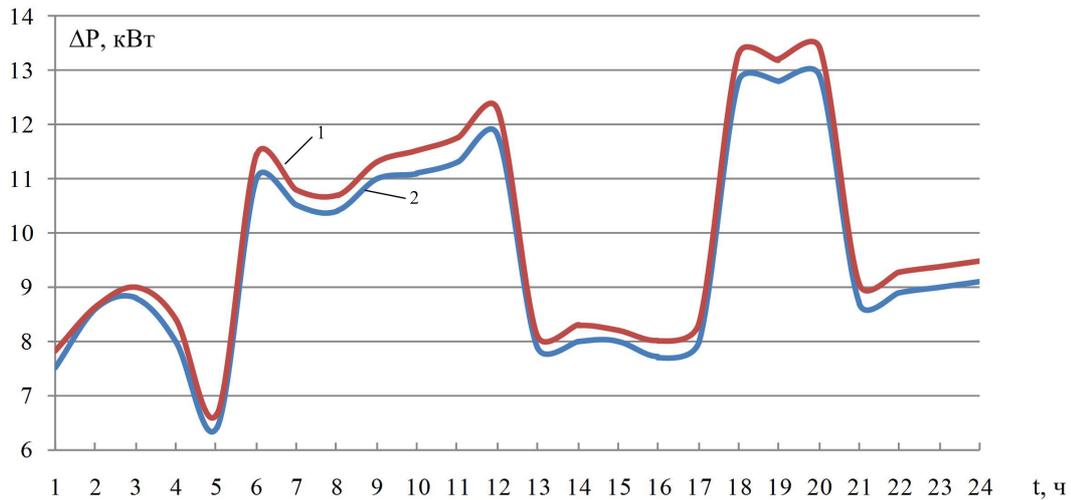


Рис. 3. Изменение потерь активной мощности на протяжении суток в электрической сети с силовыми трансформаторами с пространственной магнитной системой (кривая 2) и плоской – (кривая 1)

### Выводы

Приведение дифференциальных уравнений состояния силового трансформатора к форме Коши позволяет упростить не только метод их решения, но и получить относительно простой метод оценивания параметрической чувствительности.

Оценивание чувствительности изменения параметров силового трансформатора к индуктивности рассеивания позволяет обосновать переход от плоской к пространственной магнитной системе.

Изготовление пространственной магнитной системы требует большего количества стали по сравнению с плоской, что противоречит многолетней тенденции к максимальной экономии активных материалов, вопреки значительному снижению энергетических характеристик изделия. Однако приведение пространственной магнитной системой к минимуму полей рассеивания приводит к значительному росту рабочего поля и реактивной мощности трансформатора, уменьшению потерь от этих полей и тока возбуждения и увеличению единичной активной мощности.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Шпак О. Л. Математична модель однофазного трансформатора як групового елемента в електроенергетичній системі / О. Л. Шпак // Вісник Хмельницького національного університету. Технічні науки. – 2015. – № 4. – С. 34 – 36.
2. Шпак О. Л. Математична модель трифазного трансформатора як елемента електроенергетичної системи / О. Л. Шпак // Вісник Вінницького політехнічного інституту. – 2016. – № 3. – С. 73 – 77.
3. Черкашин Ю. С. Расчет трансформаторов при произвольных законах изменения напряжения и тока / Ю. С. Черкашин // Силовая электроника. – 2009. – № 2. – С. 26 – 30.
4. Патент № 104527 Україна, МПК<sup>6</sup> Н 01 F 27/06, Н 01F 30/12. Трифазний трансформатор / Білий Л. А., Ковівчак Я. В. Шпак О. Л. ; заявник та патентовласник Білий Л. А., Ковівчак Я. В. Шпак О. Л. – № a201213993 ; заявл. 10.12.2012 ; опубл. 10.02.14. Бюл. № 3.

**Шпак Александр Леонидович** – заступитель директора по материально-техническому снабжению и капитальному строительству (по научно-исследовательским работам и научно-технической информации).

ПАО "Хмельницкоблэнерго".