

УДК 620.91+621.311.24

Б. И. Мокин д. т. н., проф.; А. Б. Мокин, к. т. н.; О. А. Жуков, асп.**ВЕКТОРНЫЕ ДИАГРАММЫ И МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ
ВЕТРОВОГО КОЛЕСА С ВЕРТИКАЛЬНОЙ ОСЬЮ ВРАЩЕНИЯ**

Построены векторные диаграммы скоростей воздушных потоков, которые действуют на лопасти ветрового колеса с вертикальной осью вращения, и сил, создаваемых этими потоками. Предложены математические модели, которые связывают между собой эти скорости и силы в процессе вращения ветрового колеса.

Ключевые слова: ветровая электрическая станция, ветровой двигатель с вертикальной осью вращения, скорость ветра, угол поворота лопастей, угол атаки, аэродинамическая сила

Постановка задачи

В работе [1] показано, что ветровые колеса с вертикальной осью вращения могут иметь свою, достаточно существенную, область применения при построении ветровых электростанций. Однако состоянием на сегодня ни классическая аэродинамика [2], ни известные авторам этой статьи публикации не дают ответ на вопрос, как построить простые и эффективные математические модели, с помощью которых можно осуществить анализ сил, возникающих при вращении ветрового колеса с вертикальной осью, без чего нельзя ни стабилизировать, ни оптимизировать работу ветровой электростанции с ветровым двигателем этого типа.

В данной работе авторы, отталкиваясь от общих принципов аэродинамики, дают свой ответ на поставленный вопрос.

Решение задачи

Как известно [2], угол атаки крыла α_a определяется как угол между плоскостью крыла и вектором скорости ветрового потока, который атакует это крыло. Вполне очевидно, что этот угол не может превышать 90° , поскольку в случае такого превышения крыло теряет подъемную силу. Аналогичную картину мы наблюдаем, рассматривая лопасть ветрового колеса с горизонтальной осью вращения, как это показано на рис. 1, взятому из работы [3].

На этом рисунке: ω – угловая скорость вращения ветрового колеса вокруг оси, V_B – скорость ветрового потока, R – радиус ветрового колеса, ωR – окружная скорость лопасти, w_ϕ – скорость результирующего ветрового потока, набегающего на лопасть, ϕ_l – угол поворота лопасти относительно плоскости вращения ветрового колеса, α_a – угол атаки лопасти результирующим ветровым потоком, F_a – сила аэродинамического давления результирующего ветрового потока на лопасть, F_n – аэродинамическая подъемная сила, которая действует на лопасть, F_Σ – результирующая аэродинамическая сила, которая действует на лопасть, F_l – сила лобового ветрового давления на лопасть, F_m – сила тяги, которая создает оборотный момент.

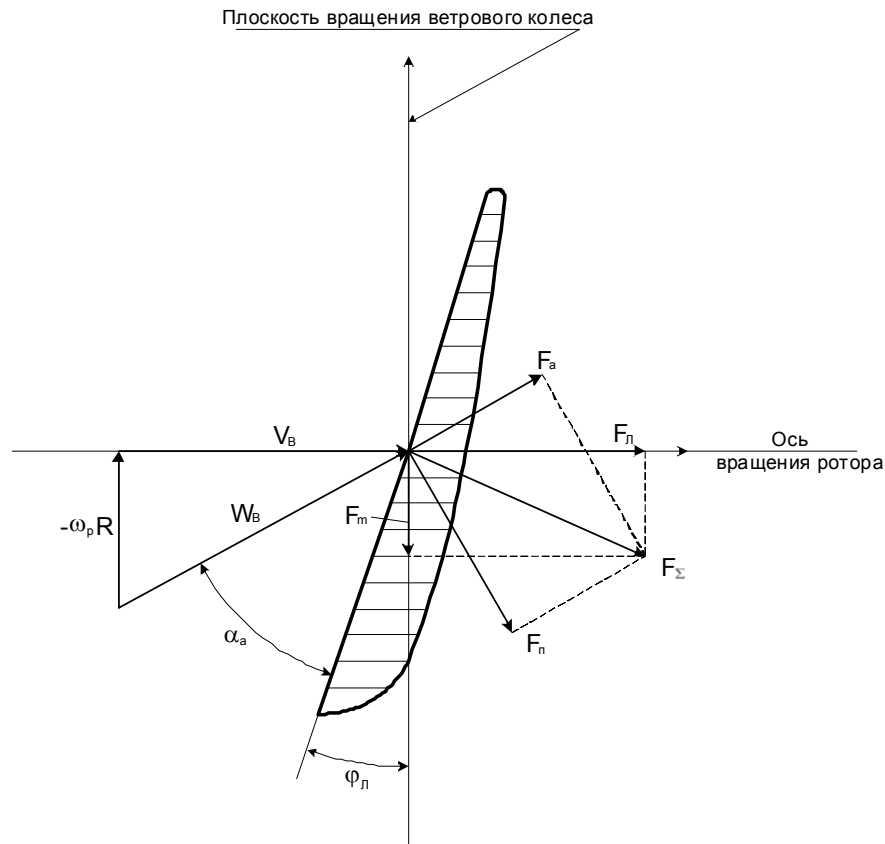


Рис. 1. Векторная диаграмма сил и скоростей для поперечного сечения лопасти ветрового колеса с горизонтальной осью вращения [3]

Из рис. 1 видно, что, даже когда ветровое колесо остановится и станет $\omega=0$, угол атаки останется меньше 90° , а с увеличением угловой скорости вращения ветрового колеса он лишь будет уменьшаться, но никогда не станет меньше угла поворота лопасти, который является большим нуля.

Совсем другую картину мы наблюдаем на векторной диаграмме скоростей и сил, построенной для ветрового колеса с вертикальной осью вращения и тремя лопастями, разнесенными на угол $2\pi/3$, горизонтальное сечение которого показано на рис. 2 для двух, смещенных по отношению друг к другу на 180° , положений ветрового колеса.

На этом рисунке лишь две величины обозначены символами, отличающимися от тех, которые использованы на рис. 1: во-первых, сила F_l , которая пытается в случае горизонтальной оси вращения ветрового колеса согнуть опору, к верхушке которой крепится эта ось, а в случае вертикальной оси вращения ветрового колеса пытается согнуть саму ось, обозначенная символом F_R , чтобы подчеркнуть ее направленность вдоль радиуса ветрового колеса; а во-вторых, скорость w_e результирующего ветрового потока, что набегаает на лопасть, обозначена более адекватным символом V_Σ . Все другие символы и их определения на рис. 2 совпадают с аналогичными символами и их определениями, приведенными на рис. 1.

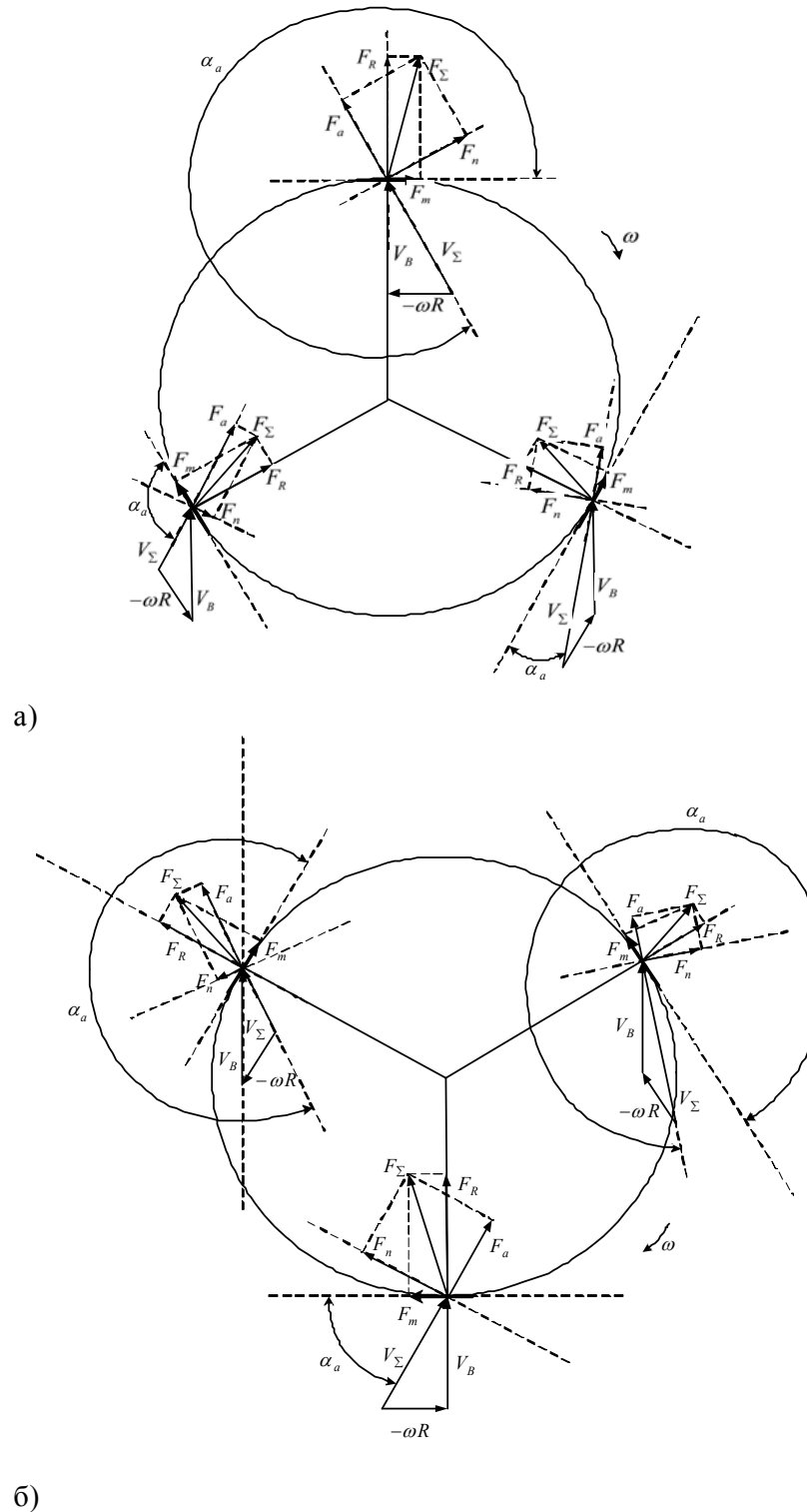


Рис. 2. Векторная диаграмма скоростей воздушных потоков, которые действуют на лопасти ветрового колеса с вертикальной осью вращения, и сил, создаваемых этими потоками, при $\varphi_d = 0$

Из приведенной на рис. 2 векторной диаграммы легко увидеть, что угол атаки α_a результирующего ветрового потока на лопасть ветрового колеса с вертикальной осью вращения за каждый полный оборот этого колеса получает дополнительный прирост в 360° . А это дает нам возможность на временных отрезках, в пределах которых вектор скорости

Наукові праці ВНТУ, 2008, № 2

ветра не изменяет свою направленность, при построении математической модели для всех сил, которые прилагаются к ветровому колесу с тремя лопастями, смещенными по отношению друг к другу на угол $2\pi/3$, использовать аналогию с трехфазным генератором переменного тока, для фазных электродвижущих сил e_A , e_B , e_C которого справедливой является известная модель [4]:

$$\begin{aligned} e_A &= E_m \sin \omega t, \\ e_B &= E_m \sin(\omega t - 2\pi/3), \\ e_C &= E_m \sin(\omega t - 4\pi/3). \end{aligned} \quad (1)$$

Согласно теоретическим основам электротехники при круговом вращении якорных обмоток трех фаз в направленном постоянном магнитном поле, создаваемом магнитным потоком полюсов, в каждой из этих обмоток возникает электродвижущая сила, вектор которой отстает или опережает векторы электродвижущих сил двух других фаз на угол $2\pi/3$ и изменяется по закону синуса, как показано в выражении (1), где E_m – амплитудное значение фазной электродвижущей силы, а ω – угловая частота электромагнитного поля, значение которой при одной паре полюсов в генераторе совпадает со значением угловой скорости вращения ротора.

Случай, когда ветер дует на все три лопасти ветрового колеса из одного направления, как раз и является аналогом одной пары полюсов электрического генератора, а влияние вектора окружной скорости лопасти ωR на вектор суммарной скорости V_Σ является аналогом влияния реакции якоря генератора. Поэтому имеем полную аналогию, а потому для силы F_Σ , которая создается аэродинамическим давлением суммарного воздушного потока, можем записать математическую модель в виде (1), то есть:

$$\begin{aligned} F_{\Sigma 1} &= F_{\max} \sin(\omega t + \alpha_{an}), \\ F_{\Sigma 2} &= F_{\max} \sin(\omega t + \alpha_{an} - 2\pi/3), \\ F_{\Sigma 3} &= F_{\max} \sin(\omega t + \alpha_{an} - 4\pi/3) \end{aligned} \quad (2)$$

где α_{an} – значение угла атаки первой лопасти в момент начала счета времени; $F_{\Sigma 1}$, $F_{\Sigma 2}$, $F_{\Sigma 3}$ – суммарная сила аэродинамического давления соответственно на первую, вторую и третью лопасть, а $F_{\max}$ – ее амплитудное значение, которое можно найти, например, из первого уравнения системы (2) при условии, что

$$\omega t + \alpha_{an} = \pi/2. \quad (3)$$

Из векторной диаграммы, приведенной на рис. 2, легко увидеть, что для каждой лопасти в скоростной системе координат –

$$F_\Sigma^2 = F_a^2 + F_n^2, \quad (4)$$

а в связанной системе координат –

$$F_\Sigma^2 = F_R^2 + F_m^2. \quad (5)$$

Из всех этих сил для конструкторов и эксплуатационников важнейшей является сила F_m , которая создает оборотный момент, и сила F_R , которая пытается согнуть ось ветрового колеса и разрушить опорный подшипник. Опираясь на теорию, изложенную в работе [2], и рис. 2, можно утверждать, что значение силы F_R на лопасти 1 можно найти из следующего соотношения:

$$F_{R1} = S_l (Pr_R V_\Sigma) \rho (Pr_R V_\Sigma) k_F^R = k_F^R S_l \rho V_\Sigma^2, \quad (6)$$

где S_l – площадь сечения лопасти (m^2), $Pr V_\Sigma$ – проекция вектора скорости

результатирующего ветрового потока на ось, которая является продолжением радиуса ветрового колеса (м/с), ρ – удельная плотность воздуха (кг/м^3), V_e – скорость ветра (м/с), k_F^R – меньший единицы коэффициент, который характеризует отличие «коридора» движения потока воздуха, направленного на лопасть, от трубы с прямоугольным сечением, равным сечению этой лопасти.

А на основании тех же рассуждений, изложенных выше относительно силы F_Σ , для силы F_{R1} можно записать, что

$$F_{R1} = F_{\max}^R \sin(\omega t + \varphi_n) \quad (7)$$

где φ_n – начальный угол поворота вектора силы F_{R1} в момент времени $t=0$, согласованный со значением начального угла атаки α_{an} , а $F_{\max}^R$ – амплитудное значение этой силы, которое можно определить из уравнения (7) при условии, что

$$\omega t + \varphi_n = \pi / 2. \quad (8)$$

По аналогии с выражением (2) для системы сил F_{R1}, F_{R2}, F_{R3} можно записать, что

$$\begin{aligned} F_{R1} &= F_{\max}^R \sin(\omega t + \varphi_n), \\ F_{R2} &= F_{\max}^R \sin(\omega t + \varphi_n - 2\pi/3), \\ F_{R3} &= F_{\max}^R \sin(\omega t + \varphi_n - 4\pi/3) \end{aligned} \quad (9)$$

Опираясь на теорию, изложенную в работе [2], и на рис. 2, можно утверждать, что значение силы F_a на лопасти 1 можно найти из следующего соотношения

$$F_{a1} = S_n \cos \angle(F_m, F_n) V_\Sigma \rho V_\Sigma k_F^a = k_F^a S_n \rho \frac{V_e^2}{\cos \angle(F_m, F_n)}, \quad (10)$$

где k_F^a – меньший единицы коэффициент, который характеризует отличие «коридора» движения потока воздуха, направленного на лопасть, от трубы с прямоугольным сечением, равным сечению этой лопасти, $a < (F_m, F_n)$ – угол между соответствующими осями скоростной и связанной систем координат.

По аналогии с выражением (2) для системы сил F_{a1}, F_{a2}, F_{a3} можно записать, что

$$\begin{aligned} F_{a1} &= F_{\max}^a \sin(\omega t + \psi_n), \\ F_{a2} &= F_{\max}^a \sin(\omega t + \psi_n - 2\pi/3), \\ F_{a3} &= F_{\max}^a \sin(\omega t + \psi_n - 4\pi/3), \end{aligned} \quad (11)$$

где ψ_n – начальный угол поворота вектора силы F_{a1} в момент времени $t=0$, согласованный со значением начального угла атаки α_{an} , а $F_{\max}^a$ – амплитудное значение этой силы, которое можно определить из первого уравнения системы (11) при условии, что

$$\omega t + \psi_n = \pi / 2. \quad (12)$$

Мы построили методику нахождения сил F_a, F_R , но, как уже было изложено выше, нам необходимо знать силы F_m, F_R . Поэтому теперь перейдем к построению методики нахождения силы тяги F_m , которая создает оборотный момент ветрового колеса.

Из векторной диаграммы, приведенной на рис. 2, следует, что для лопасти 1 справедливой является следующая система двух уравнений:

$$\begin{aligned} F_{m1} &= F_{n1} \cos \angle(F_m, F_n) - F_{a1} \sin \angle(F_m, F_n), \\ F_{R1} &= F_{n1} \sin \angle(F_m, F_n) + F_{a1} \cos \angle(F_m, F_n) \end{aligned} \quad (13)$$

с двумя неизвестными F_{m1}, F_{n1} , решая которую, мы легко их найдем.

Поскольку вектор силы F_{m1} отстает от вектора силы F_{R1} на угол $\pi/2$ (см. рис. 2), то

можно записать, что

$$\begin{aligned} F_{m1} &= F_{\max}^m \sin(\omega t + \varphi_n - \pi / 2), \\ F_{m2} &= F_{\max}^m \sin(\omega t + \varphi_n - \pi / 2 - 2\pi / 3), \\ F_{m3} &= F_{\max}^m \sin(\omega t + \varphi_n - \pi / 2 - 4\pi / 3) \end{aligned} \quad (14)$$

Рассматривая систему (14), видим, что для нахождения $F_{\max}^m$ необходимо использовать условие

$$\omega t + \varphi_n - \pi / 2 = \pi / 2. \quad (15)$$

Остается выяснить лишь один вопрос: «Как, имея систему уравнений (14), определить действующее значение тяговой силы F_{m1} , которая создает оборотный момент ветрового колеса в целом?» Для этого опять вернемся к теоретическим основам электротехники [4], где доказано, что действующее значение электродвижущей силы в цепи переменного тока синусоидальной формы является в $\sqrt{2}$ раз меньшим амплитудного. По аналогии для нашей задачи можно записать, что действующее значение F_m^d силы тяги можно найти из соотношения

$$F_m^d = \frac{1}{\sqrt{2}} F_{\max}^m, \quad (16)$$

а действующее значение $M_{об}^d$ вращательного момента – из соотношения

$$M_{об}^d = F_m^d R, \quad (17)$$

в котором радиус ветрового колеса R является плечом, к которому приложена сила F_m^d .

Обращаем внимание на то, что наличие у ветрового колеса трех лопастей не увеличивает эффективное значение силы тяги, а лишь обеспечивает вращение точки ее приложения и синусоидальный характер изменения мгновенных значений на каждой из лопастей.

Выводы

1. Построены векторные диаграммы скоростей воздушных потоков, которые действуют на лопасти ветрового колеса с вертикальной осью вращения, и сил, создаваемых этими потоками, при равном нулю углу поворота лопасти относительно касательной в точке сопряжения лопасти с ободом ветрового колеса.

2. Предложен новый подход к построению математических моделей сил, которые возникают на лопастях ветрового колеса с вертикальной осью вращения под действием воздушных потоков, основанный на применении аналогии с трехфазной электрической системой переменного тока синусоидального характера.

3. Разработана методика идентификации предложенных математических моделей для сил, которые возникают на лопастях ветрового колеса с вертикальной осью вращения.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Мокін Б.І., Мокін О.Б., Жуков О.А. До питання вибору вітрових двигунів і електричних генераторів вітрових електричних станцій // Вісник Вінницького політехнічного інституту. – 2007. – №6. – С. 52 – 62.
2. Мхитарян А.М. Аэродинамика. – М.: Машиностроение, 1970. – 428 с.
3. Василько В.П. Керування нестационарними режимами роботи вітроустановок промислових вітроелектричних станцій: Автореф. дис... к-та техн. наук / Інститут електродинаміки НАН України. – Київ, 2003. – 17 с.
4. Бессонов Л.А. Теоретические основы электротехники. – М.: Высшая школа, 1978. – 528 с.

Мокин Борис Иванович – профессор кафедры электромеханических систем автоматизации в промышленности и на транспорте, ректор;

Мокин Александр Борисович – доцент кафедры электромеханических систем автоматизации в промышленности и на транспорте.

Жуков Алексей Анатольевич – аспирант кафедры электромеханических систем автоматизации в промышленности и на транспорте

Винницкий национальный технический университет