

УДК 693.546.5.001.24

И. Н. Дударь, д. т. н., проф.; В. Л. Дмитренко

## ИССЛЕДОВАНИЕ ПРОЦЕССА ПРЕССОВАНИЯ БЕТОННЫХ СМЕСЕЙ

На основе термогидродинамической аналогии в статье предлагается определять скорость распространения давления в бетонной смеси путем решения дифференциального уравнения типа теплопроводности. Предложено характеризовать скорость распространения давления в бетонной смеси с помощью коэффициента баропроводимости. Выполнена оценка влияния свойства бетонной смеси на значение параметра баропроводимости.

**Ключевые слова:** принцип сохранения импульса, жидкая фаза, теория уплотнения почв, плотность воды, коэффициент баропроводимости.

В настоящее время не имеется строгого аналитического решения и математического описания процесса прессования и отжатия влаги при фильтрационной консолидации бетонной смеси, обрабатываемой внешним технологическим давлением. Отсутствуют исследования по определению динамики распространения давления в массиве бетонной смеси под воздействием уплотняющего давления, что важно для выбора режимов прессования, длительности и интенсивности его приложения.

При разработке теоретических основ уплотнения бетонных смесей под действием внешнего давления использованы основные принципы теорий фильтрационной консолидации и гидродинамики.

Основываясь на известном принципе сохранения импульса (теоремы количества движения), можно вывести уравнение движения жидкой фазы, извлекаемой с помощью давления из бетонных смесей [1]:

$$\frac{d}{dt} \iiint_v \bar{W} \rho dV = \iint_s \bar{P} dS + \iiint_v \bar{F} \rho dV. \quad (1)$$

Преобразуя интеграл поверхностных сил, взятый по поверхности, в тройной интеграл и учитывая, что объем взят произвольно, получим:

$$\frac{d(\bar{W} \rho)}{dt} = \operatorname{div} \bar{P} + \rho \bar{F}. \quad (2)$$

Массовые силы можно определить по формуле:

$$\bar{F} = \frac{\mu \bar{W}}{K_p} = \frac{\bar{W}}{K} = \frac{\bar{W}}{K_\phi} = \frac{\bar{W}}{K_\phi} \cdot \frac{\rho}{\rho}. \quad (3)$$

Окончательно уравнение движения в векторной форме можно представить в виде:

$$\operatorname{div} \bar{P} + \frac{\rho \bar{W}}{K_\phi} = \frac{d(\bar{W} \rho)}{dt}, \quad (4)$$

где  $\mu$ ,  $K$  – вязкость воды и коэффициент теоретической проницаемости;  $\rho$  – объемная масса жидкой фазы;  $K_\phi$  – коэффициент фильтрации бетонной смеси.

Для элементарного слоя  $dx$  на глубине  $x$  по толщине бетонной смеси уменьшение количества воды приближенно равно уменьшению пористости:

$$\iint_s \rho \bar{W} dS \approx - \frac{\partial(\rho \Pi)}{\partial t}, \quad (5)$$

или

$$\operatorname{div}(\rho \bar{W}) + \frac{\partial(\rho \Pi)}{\partial t} = 0. \quad (6)$$

Известно, что пористость связана с коэффициентом пористости  $\varepsilon$  зависимостью  $\Pi = \varepsilon / (1 + \varepsilon)$ , тогда можно записать:

$$\frac{\partial \Pi}{\partial t} = \frac{d\varepsilon}{(1 + \varepsilon) dt}. \quad (7)$$

Из теории уплотнения грунтов известно, что

$$\frac{d\varepsilon}{dt} = e_o \frac{\partial P}{\partial t}, \quad (8)$$

где  $e_o$  – коэффициент сжатия, что равный:

$$e_o = (\varepsilon_1 - \varepsilon_2)(P_2 - P_1). \quad (9)$$

Тогда получим:

$$\frac{\partial \Pi}{\partial t} = -\frac{e_o \partial P}{(1 + \varepsilon) dt} = -e_v \frac{\partial P}{\partial t}. \quad (10)$$

Если подставить полученное выражение (10) в уравнение (6), будем иметь:

$$\operatorname{div}(\rho \bar{W}) + \Pi \frac{\partial \rho}{\partial t} - \rho e_v \frac{\partial \bar{P}}{\partial t} = 0, \quad (11)$$

или

$$\operatorname{div}(\rho \bar{W}) + \left( \Pi \frac{\partial \rho}{\partial P} - \rho e_v \right) \frac{\partial \bar{P}}{\partial t} = 0. \quad (12)$$

В силу незначительности изменения плотности воды под давлением, выражение можно представить в виде:

$$\frac{\partial \rho}{\partial P} \approx \rho_0 \alpha_3. \quad (13)$$

Тогда окончательно получим:

$$\operatorname{div}(\rho \bar{W}) + \rho_o (\Pi \alpha_3 - e_v) \frac{\partial \bar{P}}{\partial t} = 0. \quad (14)$$

Из уравнения (4), если пренебречь инерционными силами, запишем:

$$\rho \frac{\bar{W}}{K_\phi} + \operatorname{div} \bar{P} = 0, \quad (15)$$

откуда:

$$\operatorname{div}(\rho \bar{W}) = -\operatorname{div}(K_\phi \operatorname{div} \bar{P}) = 0. \quad (16)$$

Подставим выражение (16) в (14):

$$-K_\phi \operatorname{div}(\operatorname{div} P) + \rho_o (\Pi \alpha_{жс} - e_v) \frac{dP}{dt} = 0, \quad (17)$$

$$\nabla^2 P = \frac{\rho}{K_\phi} (\Pi \alpha_{жс} - e_v) \frac{\partial P}{\partial t},$$

или

$$\frac{\partial P}{\partial t} = \nabla^2 P \frac{K_{\phi}}{\rho(\Pi\alpha_{жс} - e_v)} = \bar{a}_p \nabla^2 P. \quad (18)$$

В уравнении (18) относительную сжимаемость  $e_v$  бетонной смеси легко определить экспериментально, зная ее модуль деформации  $E_{св.н.}$ :

$$e_v = \frac{\Delta h \beta}{h(P_2 - P_1)} = \frac{\varepsilon_v \beta}{\Delta P} = \frac{\sigma_{сжс} \beta}{E_{св.н} \Delta P} = \frac{\beta}{E_{св.н}}, \quad (19)$$

где  $\beta$  – коэффициент, зависящий от режима прессования.

Уравнение прессования бетонной смеси (18) имеет вид аналогичный уравнению движения грунтовых вод, полученному в [2] и уравнению неразрывности при вакуумировании бетонной смеси, выведенному в [3], однако имеет отличающиеся по форме и содержанию выражения для коэффициента  $a_p$  при операторе Лапласа.

Коэффициент  $a_p$  в уравнении (18) назовём коэффициентом баропроводимости.

Целесообразно на конкретном примере, задаваясь свойствами бетонной смеси, определить  $a_p$ : коэффициентом фильтрации  $K_{\phi}=0,00063$  см/с; пористостью  $\Pi=0,2$ ; коэффициентом объемного сжатия воды  $\alpha_{жс}=4 \cdot 10^{-5}$  1/кгс/см<sup>2</sup>= $4 \cdot 10^{-4}$  1/МПа; модулем деформации бетонной смеси  $E_{св.н.} \approx 10,0$  МПа;  $\beta=0,71$  [6] – при сжатии среды в условиях невозможности бокового расширения.

Абсолютное значение коэффициента баропроводимости  $a_p$  для данного случая:

$$\alpha_p = \frac{K_{\phi}}{\rho \left( \Pi \alpha_{жс} - \frac{\beta}{E_{св.н}} \right)} = \frac{0,00063}{0,001 \left( 0,2 \cdot 4 \cdot 10^{-5} - \frac{0,71}{100} \right)} = 88,7 \text{ см}^2 / \text{с} = 0,89 \cdot 10^{-2} \text{ м}^2 / \text{с}. \quad (20)$$

Величина параметра  $a_p$  определяется преимущественно значениями коэффициента фильтрации  $K_{\phi}$  и модулем деформации  $E_{св.н}$  бетонной смеси (рис. 1).

Поэтому для упрощения вычислений выражение для определения с точностью до 1...1,5 % можно представить в виде:

$$\alpha_p = \frac{K_{\phi}}{\rho e_v} = \frac{K_{\phi} E_{св.н}}{\rho \beta}. \quad (21)$$

Найдём распределение эффективных давлений в бетонной смеси неограниченной пластины толщиной  $\delta=60$  см, подверженной одностороннему прессованию давлением  $P=5,0$  МПа.

Для нахождения относительной сжимаемости бетонной смеси используем компрессионные кривые, построенные для каждого конкретного значения состава бетонной смеси (В/Ц) в заданном диапазоне давления (рис. 2) [6].

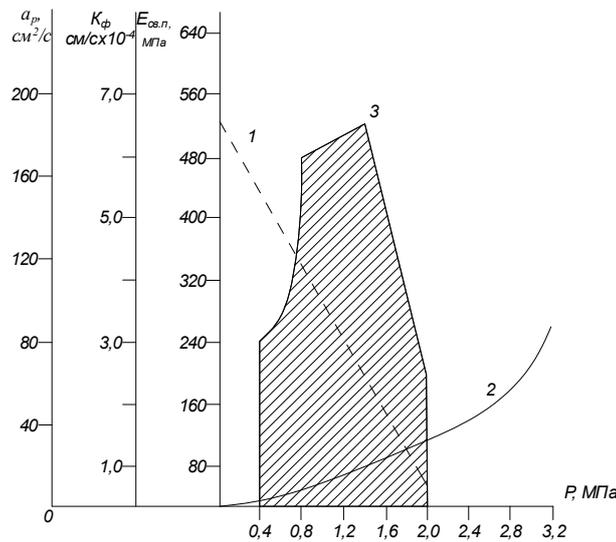


Рис. 1. Изменение коэффициента баропроводимости в зависимости от коэффициента фильтрации (1) и модуля деформации (2) бетонной смеси

Поскольку коэффициент фильтрации  $K_\phi$  и относительная сжимаемость зависят от удельного давления прессования, т. е.  $K_\phi=f(P)$ , то значение коэффициента баропроводимости  $a_p$  в процессе прессования также будет меняться.

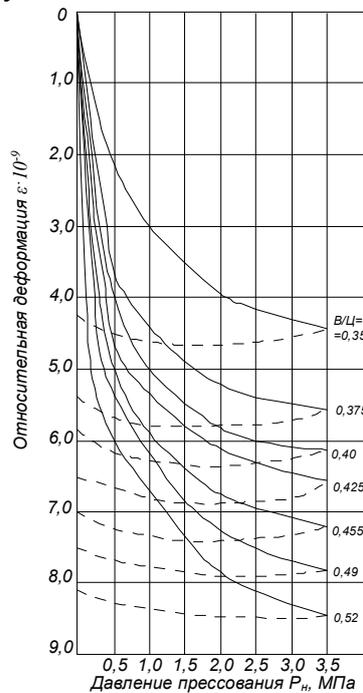


Рис. 2. Зависимости относительной деформации сжатия бетонной смеси от величины водоцементного отношения и удельного давления прессования.

Более строгое решение одномерной задачи прессования бетонной смеси можно получить, если учесть изменения во времени коэффициента баропроводимости в уравнении (18):

$$\frac{\partial P}{\partial t} = \frac{\partial \left( \alpha_p \frac{\partial P}{\partial x} \right)}{\partial x} = \frac{1}{\beta_p} \frac{\partial}{\partial x} \left( K_\phi E_{св.п.} \frac{\partial P}{\partial x} \right). \quad (22)$$

Исследования показали, что приближенно закон изменения модуля упругости бетонной смеси в процессе прессования можно выразить уравнением:

$$E_{св.п.} \approx 50 K_{с.п.} \sqrt{P^3}, \quad (23)$$

где  $K_{с.п.}$  – изменяется в зависимости от величины давления прессования и состава

бетонной смеси.

Применительно к условиям прессования бетонной смеси коэффициент фильтрации может быть выражен зависимостью [4]:

$$K_{\phi} = 0,03 \left( \frac{P_n}{h_c} \right)^{1/aP_n} \frac{m_{\text{ост}}^2}{(1 - m_{\text{ост}})^{3/2}}, \quad (24)$$

здесь  $h_c$  – высота образца;  $m_{\text{ост}}$  – пористость бетонной смеси после уплотнения;  $a$  – коэффициент, учитывающий состав бетонной смеси.

Определяем значение  $a_p$  в начале прессования бетонной смеси В/Ц=0,375. По данным рис. 2 найдем значение  $e_v^H$  при возрастании давления до 1,0 МПа:

$$e_v^H = \frac{\varepsilon_v^H}{\rho_g^H} \frac{0,043}{10} = 0,0043 \frac{1}{\text{кгс/см}^2} = 0,043 \text{ 1/МПа.}$$

В конце прессования, т. е. при изменении давления с 1,0 до 3,0 МПа:

$$e_v^K = \frac{\varepsilon_v^K - \varepsilon_v^H}{P_K - P_H} = \frac{0,055 - 0,43}{[(30 - 10)]10^{-1}} = 0,006 \text{ 1/МПа.}$$

Вычисляем значение коэффициента баропроводимости в начале и в конце прессования. Для этого задаемся коэффициентом фильтрации  $K_{\phi}^H = 0,00063$  см/с и  $K_{\phi}^K = 0,00005$  см/с соответственно в начале и конце прессования [4], тогда:

$$a_p^H = \frac{K_{\phi}^H}{\rho e_v^H} = \frac{0,00063}{0,001 \cdot 0,0043} = 146 \text{ см}^2 / \text{с},$$

$$a_p^K = \frac{K_{\phi}^K}{\rho e_v^K} = \frac{0,00005}{0,001 \cdot 0,0006} = 83 \text{ см}^2 / \text{с}.$$

Среднее значение коэффициента  $a_p$  за период прессования равно:

$$a_p^{cp} = \frac{a_p^H + a_p^K}{2} = 115 \text{ см}^2 / \text{с} = 115 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2 / \text{с}.$$

Расчет скорости распространения давления прессования в массиве бетонной смеси можно определять по методу конечных разностей.

Для устойчивости явной аппроксимации должно быть налажено ограничение на шаг по времени [5]:

$$\Delta\tau \leq \frac{\Delta x_i^2}{2a_p}.$$

Задаёмся толщиной слоя  $\Delta x_i = 10$  см, тогда:

$$\Delta\tau = \frac{0,5 \Delta x_i^2}{a_p} = \frac{0,5 \cdot 10^2}{115} = 0,434 \text{ с}.$$

Результаты расчетов показывают, что в течении всего процесса прессования бетонной смеси имеет место существенный перепад давления по толщине плиты. Постепенно перепад давлений по слоям плиты снижается (рис. 3).

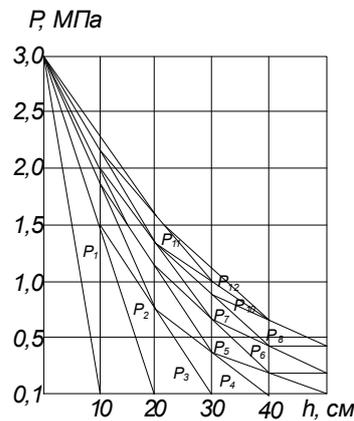


Рис. 3. Динамика изменения давления в бетонном образце при одностороннем прессовании давлением 3,0 МПа через интервалы времени 0,43 с.

На основании термогидродинамической аналогии предлагается определять скорость распространения давления в бетонной смеси путем решения дифференциального уравнения типа теплопроводности.

Предлагается характеризовать скорость распространения давления в бетонной смеси с помощью коэффициента баропроводимости. Выполнена оценка влияния свойства бетонной смеси (рис. 1) на значение параметра баропроводимости.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Астарита Дж., Марруччи Дж. Основы гидромеханики неньютоновских жидкостей. – М.: Мир, 1978. – 312 с.
2. Щелкачев В.Н. Основные уравнения движения упругой жидкости в упругой пористой среде:// Доклады АН СССР, 1946. – Т. 52, – № 2.
3. Сторожук Н.А. Научно-технические основы технологии вакуумированных обычных и пропитанных полимерами бетонов. – Автореф. дис. доктора техн. наук / ДИСИ. – Днепропетровск, 1982, – 35 с.
4. Ахвердов И.Н. Основы физики бетона. – М.: Стойиздат, 1981. – 484 с.
5. Годунов С.К., Рябенский В.С. Разностные схемы. – М.: Наука, 1977. – 439 с.
6. Крикунов О.И. Совершенствование технологии железобетонных напорных виброгидро-прессованных труб с целью повышения их качества. – Автореф. дис. доктора техн. наук / ДИСИ. – Днепропетровск, 1983. – 177с.

**Дударь Игорь Никифорович** – заведующий кафедрой градостроения и архитектуры;

**Дмитренко Виктория Леонидовна** – аспирант кафедры градостроения и архитектуры.

Винницкий национальный технический университет.