

УДК 620.91+621.311.24

Б. И. Мокин, д. т. н., проф.; А. Б. Мокин, к. т. н., доц.; А. А. Жуков**МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ СИЛ, ДЕЙСТВУЮЩИХ НА
ВЕТРОВОЕ КОЛЕСО С ВЕРТИКАЛЬНОЙ ОСЬЮ ВРАЩЕНИЯ, ПРИ
НЕНУЛЕВЫХ УГЛАХ ПОВОРОТА ЛОПАСТЕЙ**

Построены векторные диаграммы скоростей воздушных потоков, действующих на лопасти ветрового колеса с вертикальной осью вращения, и сил, создаваемых этим потоком, при ненулевых углах поворота лопастей. Предложены математические модели, связывающие между собой эти скорости, силы и углы в процессе вращения ветрового колеса.

Ключевые слова: ветровая электрическая станция, ветровой двигатель с вертикальной осью вращения, скорость ветра, угол поворота лопастей, угол атаки, аэродинамическая сила.

Постановка задачи

В работе [1] показано, как построить простые и эффективные математические модели, с помощью которых можно осуществить анализ сил, возникших при вращении ветрового колеса с вертикальной осью. Однако эти модели были получены при условии нулевого угла поворота лопастей ветрового колеса. А для практического использования более полезными являются математические модели, которые учитывали бы ненулевое значение угла поворота лопастей. Получению именно таких моделей ветрового колеса с вертикальной осью вращения и посвящена данная работа.

Решение задачи

Используя теорию аэродинамики [2], построим векторные диаграммы скоростей и сил для ветрового колеса с вертикальной осью вращения и тремя лопастями, разнесенными на угол $2\pi/3$, горизонтальный разрез которого приведен на рис. 1 вместе с векторными диаграммами для двух, смещенных по отношению друг к другу на 180° , положений ветрового колеса. На этих векторных диаграммах ω – угловая скорость вращения ветрового колеса вокруг оси, $V_в$ – скорость ветрового потока, R – радиус ветрового колеса, ωR – окружная скорость лопасти, V_Σ – скорость результирующего ветрового потока, набегающего на лопасть, φ_l – угол поворота лопасти относительно плоскости, перпендикулярной к радиусу ветрового колеса в точке закрепления лопасти, α_a – угол атаки лопасти результирующим ветровым потоком при ненулевом угле φ_l ее поворота, F_a – сила аэродинамического давления результирующего ветрового потока на лопасть, F_n – аэродинамическая подъемная сила, действующая на лопасть, F_Σ – результирующая аэродинамическая подъемная сила, действующая на лопасть, F_R – радиальная сила лобового ветрового давления на лопасть, F_m – сила тяги, создающая вращающий момент.

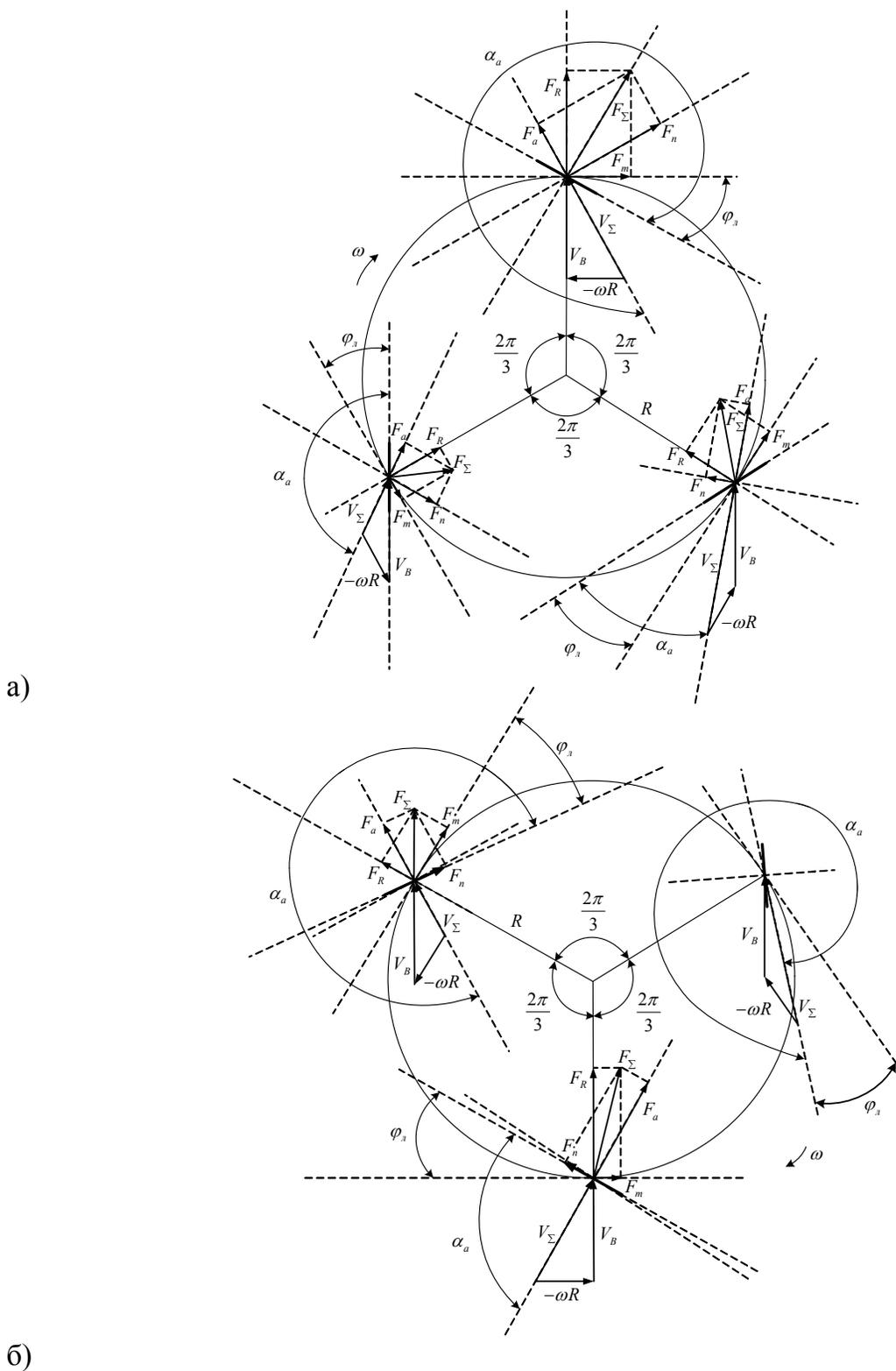


Рис. 1. Векторные диаграммы скоростей воздушных потоков, действующих на лопасти ветрового колеса с вертикальной осью вращения, и сил, создаваемых этими потоками, при ненулевых значениях угла поворота лопастей, построенные для двух, смещенных на 180^0 положений ветрового колеса

Обращаем внимание на то, что на этих векторных диаграммах отсчет углов атаки и Наукові праці ВНТУ, 2008, № 3

поворота лопастей осуществляется от плоскости лопасти против часовой стрелки, что позволяет значение этих углов в математических моделях записывать со знаком «плюс».

При построении математических моделей сил, действующих на лопасть ветрового колеса с вертикальной осью вращения при ненулевых ее углах поворота относительно плоскости, перпендикулярной радиусу ветрового колеса, будем использовать ту же аналогию, что предложена в работе [1].

Это дает нам право для силы F_{Σ} , созданной аэродинамическим давлением суммарного воздушного потока, записать математическую модель в виде:

$$\begin{aligned} F_{\Sigma 1} &= F_{\max} \sin(\omega t + \alpha_{an} + \varphi_l), \\ F_{\Sigma 2} &= F_{\max} \sin(\omega t + \alpha_{an} + \varphi_l - 2\pi/3), \\ F_{\Sigma 3} &= F_{\max} \sin(\omega t + \alpha_{an} + \varphi_l - 4\pi/3), \end{aligned} \quad (1)$$

где α_{an} – значение угла атаки первой лопасти в момент от начала счета времени при условии, если бы ее угол был нулевым; $F_{\Sigma 1}$, $F_{\Sigma 2}$, $F_{\Sigma 3}$ – суммарная сила аэродинамического давления соответственно на первую, вторую и третью лопасти, а F_{\max} – ее амплитудное значение, которое можно найти, например, из первого уравнения системы (1) при условии, что

$$\omega t + \alpha_{an} + \varphi_l = \pi/2. \quad (2)$$

Напомним, что в скоростной системе координат –

$$F_{\Sigma}^2 = F_a^2 + F_n^2, \quad (3)$$

а в связанной системе координат –

$$F_{\Sigma}^2 = F_R^2 + F_m^2. \quad (4)$$

Напомним также и то, что из всех этих сил для конструкторов и эксплуатационников важнейшей является сила F_m , создающая вращательный момент, и сила F_R , пытающаяся согнуть ось ветрового колеса и разрушить опорный подшипник.

Из векторной диаграммы, приведенной на рис. 1, видим, что для численного определения радиальной силы F_{R1} , действующей на первую лопасть, нужно использовать формулу, несколько отличную от приведенной в работе [1], а именно:

$$F_{R1} = k_F^R S_l \rho V_e^2 \cos \varphi_{,l} \quad (5)$$

в которой, как и в работе [1], S_l – площадь разреза лопасти (m^2), ρ – удельная плотность воздуха (kg/m^3), V_e – скорость ветра (m/c), k_F^R – меньший единицы коэффициент, характеризующий отличие «коридора» движения поток воздуха, направленного на лопасть, от трубы с прямоугольным сечением, равным сечению этой лопасти.

Но вполне очевидно, что структура математических моделей для сил F_{R1} , F_{R2} , F_{R3} в динамике будет аналогичной приведенной в работе [1] с тем лишь отличием, что в каждой из них будем иметь прирост угла атаки на значение угла поворота лопасти, то есть

$$\begin{aligned} F_{R1} &= F_{\max}^R \sin(\omega t + \varphi_n + \varphi_l), \\ F_{R2} &= F_{\max}^R \sin(\omega t + \varphi_n + \varphi_l - 2\pi/3), \\ F_{R3} &= F_{\max}^R \sin(\omega t + \varphi_n + \varphi_l - 4\pi/3), \end{aligned} \quad (6)$$

где, как и в работе [1], φ_l – начальный угол поворота вектора силы F_{R1} в момент времени $t=0$, согласованный со значением начального угла атаки $\alpha_{a\varphi}$, а F_{\max}^R – амплитудное значение этой силы, которое можно определить из первого уравнения системы (6) при условии, что $t=0$, то есть, из выражения

$$F_{\max}^R = \frac{F_{R1}}{\sin(\varphi_n + \varphi_l)}. \quad (7)$$

Будет несколько отличаться, по сравнению с полученной в работе [1], и формула для определения силы аэродинамического давления на первой лопасти F_{a1} . Трансформируя ее к векторной диаграмме, приведенной на рис. 1, видим, что формула приобретает вид

$$\begin{aligned} F_{a1} &= S_l \cos(\angle(F_m, F_n) + \varphi_l) V_{\Sigma} \rho V_{\Sigma} k_F^a = \\ &= k_F^a S_l \rho V_{\Sigma}^2 \frac{\cos(\angle(F_m, F_n) + \varphi_l)}{\cos^2(F_m, F_n)}, \end{aligned} \quad (8)$$

где, как и в работе [1], k_F^a – меньший единицы коэффициент, характеризующий отличие «коридора» движения потока воздуха, направленного на лопасть, от трубы с прямоугольным сечением, равным сечению этой лопасти, а $\angle(F_m, F_n)$ – угол между соответствующими осями скоростной и связанной систем координат, но дополнительно появляется угол $(\angle(F_m, F_n) + \varphi_l)$ между плоскостью лопасти и плоскостью, перпендикулярной вектору V_{Σ} .

Из векторной диаграммы, приведенной на рис. 1, следует, что при ненулевом угле поворота лопасти 1 справедливой является полученная в работе [1] следующая система двух уравнений, которая связывает две известные F_{a1} , F_{R1} и две неизвестные F_{m1} , F_{n1} силы:

$$\begin{aligned} F_{m1} &= F_{n1} \cos \angle(F_m, F_n) - F_{a1} \sin \angle(F_m, F_n), \\ F_{R1} &= F_{n1} \sin \angle(F_m, F_n) + F_{a1} \cos \angle(F_m, F_n), \end{aligned} \quad (9)$$

решая которую, мы легко их найдем. Но нам нужно знать лишь одну из них – F_{m1} . Для ее нахождения умножим первое уравнение системы (9) на $\sin \angle(F_m, F_n)$, а второе уравнение на $\cos \angle(F_m, F_n)$ и от второго перемноженного уравнение вычтем первое. В результате получим:

$$F_{R1} \cos \angle(F_m, F_n) - F_{m1} \sin \angle(F_m, F_n) = F_{a1}, \quad (10)$$

откуда

$$F_{m1} = \frac{F_{R1} \cos \angle(F_m, F_n) - F_{a1}}{\sin \angle(F_m, F_n)}. \quad (11)$$

А дальше, беря за основу систему уравнений (6) и учитывая то, что вектор силы F_{m1} отстает от вектора силы F_{R1} на угол $\pi/2$ (см. рис.1), можем записать, что в динамике

$$\begin{aligned} F_{m1} &= F_{\max}^m \sin(\omega t + \varphi_n + \varphi_l - \pi/2), \\ F_{m2} &= F_{\max}^m \sin(\omega t + \varphi_n + \varphi_l - \pi/2 - 2\pi/3), \\ F_{m3} &= F_{\max}^m \sin(\omega t + \varphi_n + \varphi_l - \pi/2 - 4\pi/3). \end{aligned} \quad (12)$$

Из первого уравнения этой системы при условии $t=0$ найдем, что

$$F_{\max}^m = \frac{F_{m1}}{\sin(\varphi_n + \varphi_l - \pi/2)}, \quad (13)$$

где F_{m1} – это то значение тяговой силы на первой лопасти, которая находится из выражения (11).

А на основании тех же рассуждений, приведенных в работе [1], действующее значение $M_{об}^{\partial}$ вращательного момента найдем из соотношения

$$M_{об}^{\partial} = F_m^{\partial} R = \frac{F_{\max}^m}{\sqrt{2}} R, \quad (14)$$

в котором радиус ветрового колеса R является плечом, к которому приложена сила F_m^{∂} .

Выводы

1. Построены векторные диаграммы сил, создаваемых воздушными потоками, которые действуют на лопасти ветрового колеса с вертикальной осью вращения при не равном нулю углу поворота лопасти относительно касательной в точке сопряжения лопасти с ободом ветрового колеса.

2. Предложены математические модели сил, которые в динамике возникают на лопастях ветрового колеса с вертикальной осью вращения под действием воздушных потоков при отличающемся от нуля углу поворота лопастей, основанные на аналогии с трехфазной электрической системой переменного тока синусоидального характера.

3. Разработана методика идентификации предложенных математических моделей для сил, которые возникают на лопастях ветрового колеса с вертикальной осью вращения, при ненулевом значении угла поворота лопастей.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Векторні діаграми та математичні моделі вітрового колеса з вертикальною віссю обертання [Електронний ресурс] / Мокін Б. І., Мокін О. Б., Жуков О. А. // Наукові праці ВНТУ. – 2008. – №2. – Режим доступу до журналу : http://www.nbu.gov.ua/e-journals/VNTU/2008-2/2008-2.files/uk/08bimvra_uk.pdf
2. Мхитарян А.М. Аэродинамика. – М.:Машиностроение, 1970. – 428 с.

Мокін Борис Іванович – доктор технічних наук, професор кафедри “Електромеханічні системи автоматизації в промисловості і на транспорті”, 56-08-48.

Мокін Александр Борисович – кандидат технічних наук, доцент кафедри “Електромеханічні системи автоматизації в промисловості і на транспорті”, 59-81-67.

Жуков Алексей Анатольевич – аспірант кафедри “Електромеханічні системи автоматизації в промисловості і на транспорті”, 56-08-48.

Винницький національний технічний університет.