

УДК 621.313.333

М. И. Бурбело, д. т. н., проф.; А. В. Гадай; И. В. Бальзан**МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ АНАЛИЗА ПЕРЕХОДНЫХ РЕЖИМОВ
АСИНХРОННЫХ ДВИГАТЕЛЕЙ**

Разработана математическая модель асинхронного двигателя, в которой учтены насыщение и потери в стали, а в качестве переменных состояния использованы токи статора и ротора.

Ключевые слова: асинхронный двигатель, математическая модель, переходные режимы.

Анализ проблемы и постановка задачи

Важным и часто определяющим для решения задач анализа переходных режимов узлов электрических сетей, содержащих мощные асинхронные или синхронные электроприводы, является выбор математических моделей электрических двигателей. Наиболее эффективным при решении таких задач является использование математических моделей в ортогональных координатах, где в качестве исходных переменных используются ортогональные напряжения и токи электрических машин. Такая координатная система обеспечивает простую аналитическую связь между переменными – параметрами электрических машин и элементами электрической сети при помощи дифференциальных уравнений первого порядка.

Для математических моделей электрических двигателей во время анализа переходных режимов узлов электрических сетей обычно принимают следующие упрощения:

- не учитывают насыщения магнитопровода и потери в стали;
- магнитное поле условно разделяют на две части – основное поле и поле диссипации (рассеивания);
- основное поле считают плоскопараллельным;
- зубчатые зоны представлены сплошными анизотропными магнитными слоями;
- учитывают только первые пространственные гармоники магнитодвижущих сил;
- обмотки фаз считают такими, что сцепляются только с потоком первой гармоники индукции в воздушном зазоре.

В данной статье предлагается математическая модель асинхронного двигателя (АД), в которой учтены насыщение магнитопровода и потери в нем, однако, в отличие от [1], в качестве переменных состояния, вместо основного потокосцепления, использован ток ротора. Использование токов статора и ротора позволит более точно определять параметры управления во время переходных процессов частотноуправляемых АД с короткозамкнутым ротором, а также АД с фазным ротором.

Обоснование результатов

Дифференциальные уравнения асинхронной машины в обобщенной ортогональной системе координат с произвольной частотой ее вращения получают на основании закона равновесия напряжений и электродвижущих сил

$$\begin{aligned} \frac{d\Psi_s}{dt} &= U_s + \Omega_s \Psi_s - \mathbf{R}_s \mathbf{I}_s; \\ \frac{d\Psi_r}{dt} &= U_r + \Omega_r \Psi_r - \mathbf{R}_r \mathbf{I}_r, \end{aligned} \quad (1)$$

где Ψ_s, U_s, I_s ; Ψ_r, U_r, I_r – векторы полных потокосцеплений, напряжений и токов соответственно статора и ротора; Ω_s, Ω_r – матрицы частот вращения; $\mathbf{R}_s, \mathbf{R}_r$ – матрицы

сопротивлений соответственно статора и ротора.

В развернутой форме выражения (1) имеют следующий вид [1]:

$$\begin{bmatrix} \frac{d\Psi_{s\alpha}}{dt} \\ \frac{d\Psi_{s\beta}}{dt} \\ \frac{d\Psi_{r\alpha}}{dt} \\ \frac{d\Psi_{r\beta}}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_{s\alpha} \\ u_{s\beta} \\ u_{r\alpha} \\ u_{r\beta} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & \omega_k & 0 & 0 \\ -\omega_k & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \omega_k - \omega_r \\ 0 & 0 & -(\omega_k - \omega_r) & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Psi_{s\alpha} \\ \Psi_{s\beta} \\ \Psi_{r\alpha} \\ \Psi_{r\beta} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} R_s + R_m & 0 & R_m & 0 \\ 0 & R_s + R_m & 0 & R_m \\ 0 & 0 & R_r & 0 \\ 0 & 0 & 0 & R_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{s\alpha} \\ i_{s\beta} \\ i_{r\alpha} \\ i_{r\beta} \end{bmatrix}, \quad (2)$$

Векторы полных потокосцеплений статора и ротора выразим через вектор основного потокосцепления и векторы потокосцеплений рассеивания соответственно статора и ротора

$$\Psi_s = \Psi_\delta + \mathbf{L}_{\sigma s} \mathbf{I}_s; \quad \Psi_r = \Psi_\delta + \mathbf{L}_{\sigma r} \mathbf{I}_r, \quad (3)$$

где Ψ_δ – вектор основного потокосцепления; $\mathbf{L}_{\sigma s}$, $\mathbf{L}_{\sigma r}$ – матрицы индуктивностей рассеивания соответственно статора и ротора.

Вектор основного потокосцепления можно выразить через вектор тока намагничивания и векторы токов статора и ротора

$$\Psi_\delta = \mathbf{I}_m \mathbf{L} = (\mathbf{I}_s + \mathbf{I}_r) \mathbf{L}, \quad (4)$$

где \mathbf{I}_m – вектор тока намагничивания; $\mathbf{L} = L_0$ – статическая индуктивность намагничивания, $L = \frac{\Psi_m}{i_m} = L(\psi_m)$.

Продифференцируем основное потокосцепление во времени

$$\frac{d\Psi_\delta}{dt} = L \frac{d\mathbf{I}_m}{dt} + \mathbf{I}_m \frac{dL}{dt}. \quad (5)$$

Производную $\frac{dL}{dt}$ запишем как полную

$$\frac{dL}{dt} = \frac{dL}{di_m} \left(\frac{\partial i}{\partial i_\alpha} \frac{\partial i_\alpha}{\partial t} + \frac{\partial i}{\partial i_\beta} \frac{\partial i_\beta}{\partial t} \right). \quad (6)$$

Дифференцируя статическую индуктивность по току, имеем

$$\frac{dL}{di_m} = \frac{L_\partial - L_0}{i_m}, \quad (7)$$

где L_∂ – дифференциальная индуктивность, которая определяется по кривой намагничивания $L_\partial = \frac{d\Psi_m}{di_m} = L_\partial(\psi_m)$.

Учитывая, что компоненты основного потокосцепления

$$\Psi_{\delta\alpha} = L I_{m\alpha}; \quad \Psi_{\delta\beta} = L I_{m\beta}, \quad (8)$$

а модуль основного потокосцепления

$$\Psi_{\delta m} = \sqrt{\Psi_{\delta\alpha}^2 + \Psi_{\delta\beta}^2}, \tag{9}$$

получим развернутое выражение (5) в виде

$$\begin{bmatrix} \frac{d\Psi_{\delta\alpha}}{dt} \\ \frac{d\Psi_{\delta\beta}}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{11} & L_{12} \\ L_{12} & L_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{di_{s\alpha}}{dt} + \frac{di_{r\alpha}}{dt} \\ \frac{di_{s\beta}}{dt} + \frac{di_{r\beta}}{dt} \end{bmatrix}, \tag{10}$$

где L_{11}, L_{12}, L_{22} – индуктивности цепи намагничивания:

$$L_{11} = L_0 + (L_\delta - L_0) \left(\frac{i_\alpha}{i_m} \right)^2; \quad L_{12} = (L_\delta - L_0) \left(\frac{i_\alpha i_\beta}{i_m^2} \right); \quad L_{22} = L_0 + (L_\delta - L_0) \left(\frac{i_\beta}{i_m} \right)^2.$$

Подставляя (10) в (2) и принимая во внимание (4), получим следующую систему дифференциальных уравнений

$$\begin{bmatrix} L_{\sigma s} + L_{11} & L_{12} & L_{11} & L_{12} \\ L_{12} & L_{\sigma s} + L_{22} & L_{12} & L_{22} \\ L_{11} & L_{12} & L_{\sigma r} + L_{11} & L_{12} \\ L_{12} & L_{22} & L_{12} & L_{\sigma r} + L_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{di_{s\alpha}}{dt} \\ \frac{di_{s\beta}}{dt} \\ \frac{di_{r\alpha}}{dt} \\ \frac{di_{r\beta}}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_{s\alpha} \\ u_{s\beta} \\ u_{r\alpha} \\ u_{r\beta} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} R_s + R_m & -\omega_k(L_{\sigma s} + L_0) & R_m & -\omega_k L_0 \\ \omega_k(L_{\sigma s} + L_0) & R_s + R_m & \omega_k L_0 & R_m \\ 0 & -(\omega_k - \omega_r)L_0 & R_r & -(\omega_k - \omega_r)(L_{\sigma r} + L_0) \\ (\omega_k - \omega_r)L_0 & 0 & (\omega_k - \omega_r)(L_{\sigma r} + L_0) & R_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{s\alpha} \\ i_{s\beta} \\ i_{r\alpha} \\ i_{r\beta} \end{bmatrix}. \tag{11}$$

Рассмотренной математической модели адекватна T-образная схема замещения АД (рисунок).

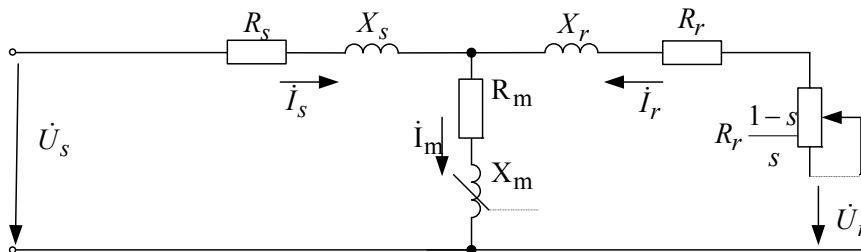


Рис. 1. Схема замещения асинхронного двигателя

Для анализа дифференциальные уравнения (11) необходимо дополнить уравнением механического движения

$$\frac{d\omega_r}{dt} = \frac{\frac{3}{2} p_0 L_0 (i_{s\beta} i_{r\alpha} - i_{s\alpha} i_{r\beta}) - M(t)}{J}, \tag{12}$$

где $M(t)$ – механический момент; J – момент инерции; p_0 – количество пар полюсов машины.

Дифференциальные уравнения (11), (12) – модель насыщенной асинхронной машины в ортогональных координатах, которую можно использовать для анализа переходных режимов. Преимуществом модели является то, что использование токов статора и ротора позволит более точно определять параметры управления во время переходных процессов частотноуправляемых АД с короткозамкнутым ротором, а также АД с фазным ротором.

Выводы

Разработана математическая модель асинхронного двигателя, в которой учтены насыщение магнитопровода и потери в нем, а в качестве переменных состояния использованы токи статора и ротора.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Беспалов В.Я., Мощинский Ю.А., Петров А.П. Математическая модель асинхронного двигателя в обобщенной ортогональной системе координат // Электричество. – 2002. – № 8. – С. 33 – 39.

Бурбело Михаил Иосифович – д. т. н., профессор, заведующий кафедрой электротехнических систем электропотребления и энергетического менеджмента.

Винницкий национальный технический университет

Гадай Андрей Валентинович – ассистент кафедры электроснабжения.

Луцкий национальный технический университет

Бальзан Игорь Викторович – студент института электроэнергетики и электромеханики.

Винницкий национальный технический университет